

**A.R.I.**  
**Sezione di Parma**

**SMITH CHART**  
**CARTA DI SMITH E SUO UTILIZZO**

**Carlo, I4VIL**

Novembre 2019

# Cosa è la Carta di Smith ?

La Carta di Smith è uno strumento molto utile per studiare e risolvere molti problemi legati alle linee di trasmissione a radio-frequenza.

In un cerchio, di superficie limitata, quindi, sono contenuti tutti i punti del semi-piano complesso corrispondenti a valori di grandezze utili a radio-frequenza: impedenza, coefficiente di riflessione, ecc...

Con la Carta si può “leggere” il coefficiente di riflessione complesso in ogni punto della linea e, conseguentemente, anche il ROS.

Si può convertire un'impedenza nella corrispondente ammettenza senza effettuare calcoli di sorta.

Si possono trovare i valori di componenti discreti o di stub per adattare un carico con  $Z_L$  diversa da  $Z_0$ .

Sul bordo della Carta sono rappresentati gli spostamenti lungo la linea in lunghezze d'onda. Una rotazione completa di un angolo di 360 corrisponde ad uno spostamento lungo la linea di  $\lambda/2$ .

Si possono ottenere i valori e le posizioni dei massimi e dei minimi (di tensione e corrente) lungo la linea.

Si può leggere la potenza riflessa dal carico, senza effettuare calcoli.

E tante altre cose...

La Carta di Smith è stata introdotta originariamente come valido aiuto per problemi riguardanti le linee di trasmissione (impedenza, coefficiente di riflessione, ecc...) non solo per facilitare il calcolo, ma anche per la possibilità di una rapida visione d'insieme dei molti parametri interessati.

L'uso della Carta di Smith si è sviluppato, poi, con l'inclusione di altri parametri: parametri S, curve del Q, del NF, contorni di guadagno costante e regioni di stabilità incondizionata, sino a comprendere regioni con coefficiente di riflessione maggiore di 1 che si possono incontrare nell'analisi della stabilità degli amplificatori o negli oscillatori a resistenza negativa.

## GRANDEZZE COMPLESSE ESPRESSE CON NUMERI COMPLESSI

Un numero complesso è “una coppia ordinata di numeri reali”.

Un numero complesso è formato da due parti: una parte reale,  $Re$ , ed una parte immaginaria,  $Im$ .

La parte immaginaria è costituita da un numero reale moltiplicato per l'unità immaginaria ( $i$  o  $j$ ) e, per questo, sempre riconoscibile.

Esempi di numeri complessi:

$$2+j3 \quad 3-j2 \quad a+ib \quad 1+j1 \quad j4$$

La matematica in campo complesso permette di dare soluzioni più generali.

I numeri complessi rendono l'algebra più sistematica e danno la possibilità, per esempio, di enunciare il teorema fondamentale dell'algebra:

“Ogni polinomio di unica variabile  $z$

$$a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots + a_n z^n$$

può essere sempre fattorizzato in un prodotto di  $n$  termini lineari”.

Ovvero, un'equazione algebrica di grado  $n$  ha sempre  $n$  radici.

Esempi:

$$1 - z^2 = (1 + z)(1 - z)$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

$$1 + z^2 = (1 + iz)(1 - iz)$$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x_1 = i2 \quad x_2 = -i2$$

Infatti:  $(i2) \cdot (i2) = i^2 \cdot 4 = -1 \cdot 4 = -4$

e:  $(-i2) \cdot (-i2) = +(-1)4 = -4$

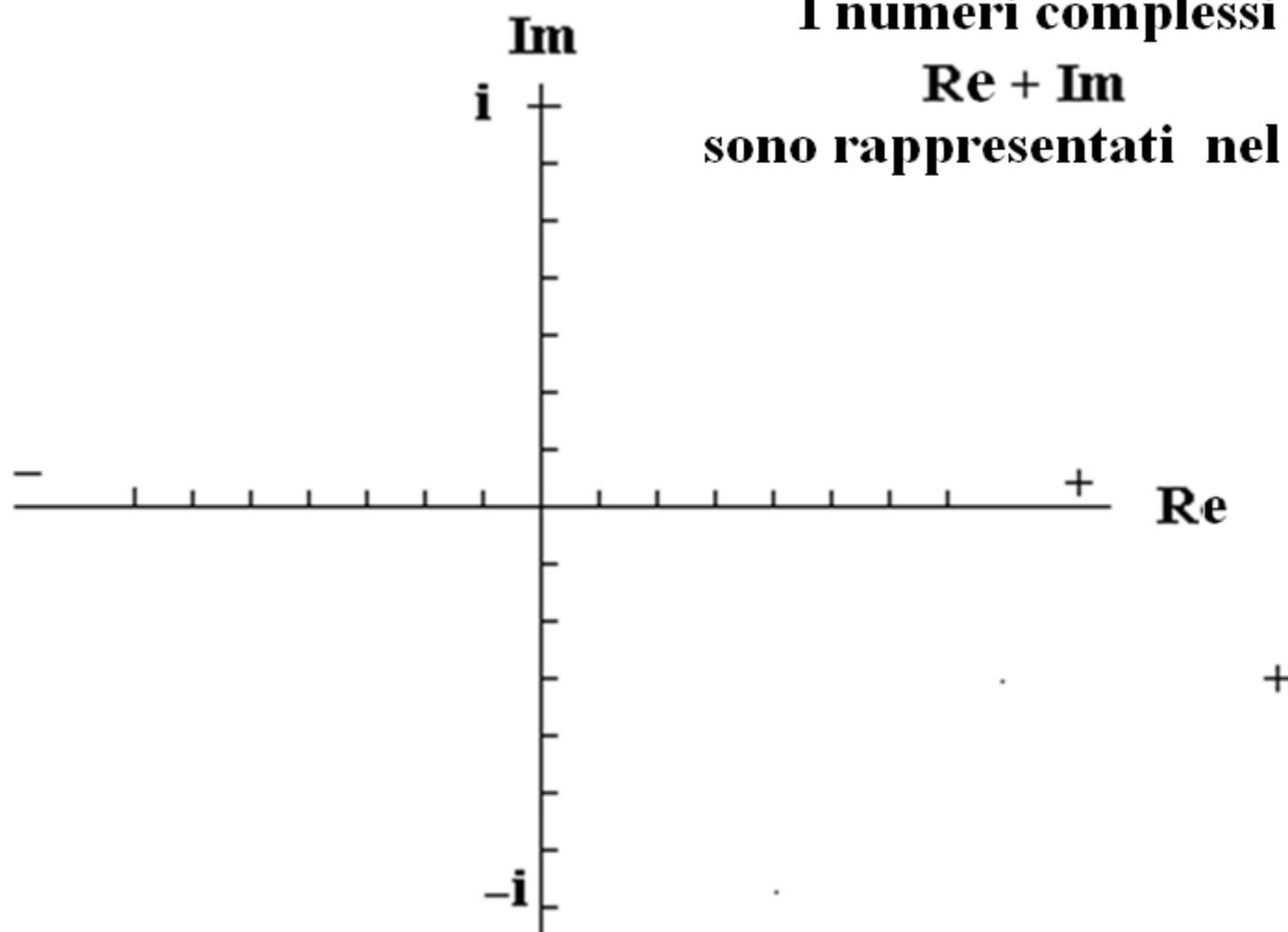
**I numeri reali si possono mettere in corrispondenza biunivoca con i punti di una retta.**

**Nello stesso modo i numeri complessi possono essere rappresentati su un piano (piano di Gauss).**

**I numeri complessi, a differenza dei numeri reali, non costituiscono un insieme ordinato. Fra i punti del piano non è possibile indicare relazioni di maggiore e minore o avanti e indietro.**

**Non ha senso chiedersi se  $2+j3$  è maggiore o minore di  $3-j4$  .**

**I numeri complessi  
Re + Im  
sono rappresentati nel piano**



**Se  $\text{Im}=0$  , il numero è reale e giace sull'asse reale.**

**Se  $\text{Re}=0$ , il numero è immaginario e giace sull'asse immaginario**

# OPERAZIONI CON I NUMERI COMPLESSI

**prodotto di binomi**

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(2+3)(4+1) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 25$$

$$(a+ib)(c+id) = ac + iad + ibc - bd = (ac-bd) + i(ad+bc)$$

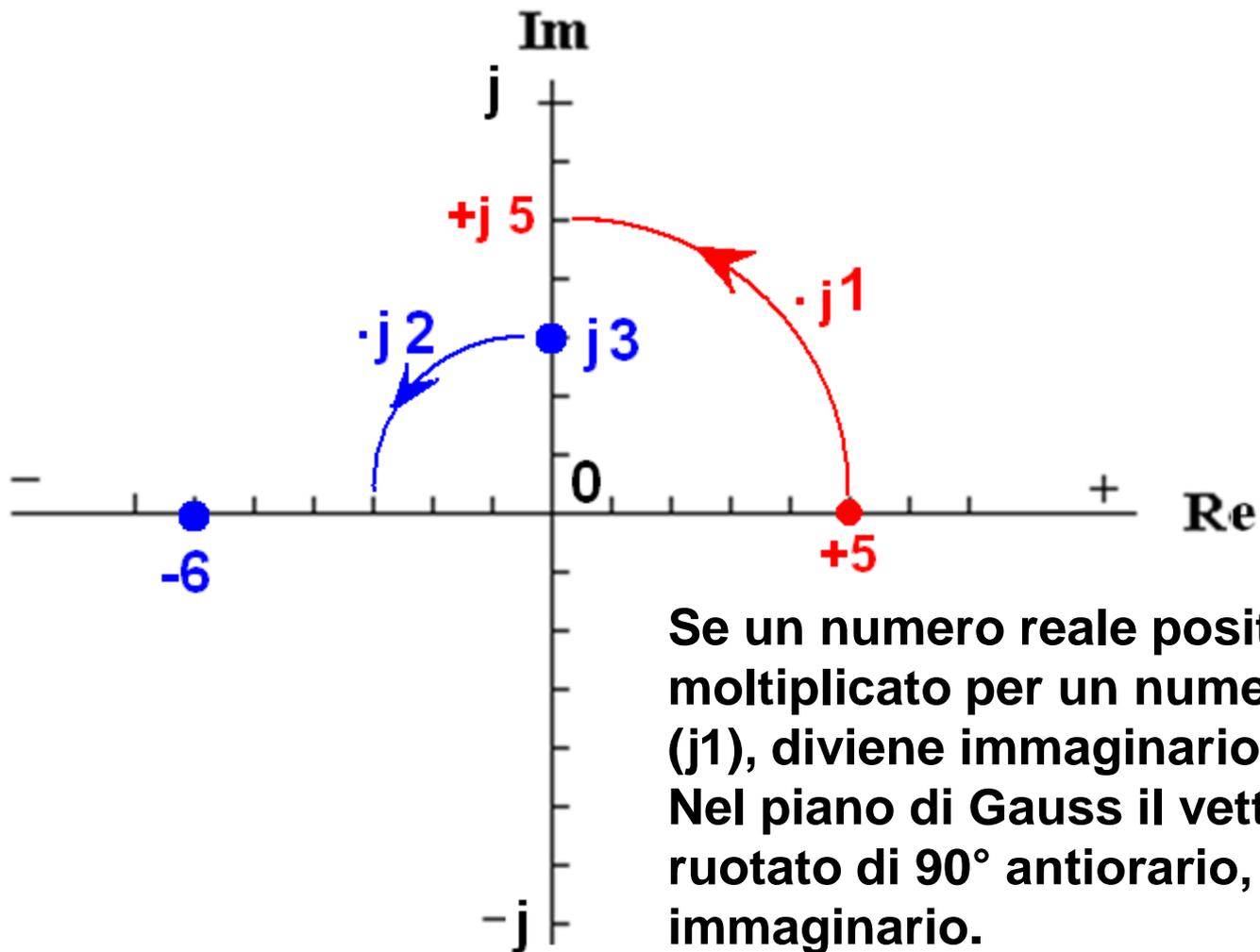
$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$i^4 = 1$$

**divisione di binomi**

$$\frac{3+i4}{2+i} = \frac{3+i4}{2+i} \cdot \frac{2-i}{2-i} = \frac{6-i3+i8+4}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{10+i5}{5} = 2+i$$



**Se un numero reale positivo (+5) viene moltiplicato per un numero immaginario (j1), diviene immaginario. Nel piano di Gauss il vettore 0-5 viene ruotato di 90° antiorario, e giace sull'asse immaginario.**

**Se un numero immaginario (j 3) viene moltiplicato per un numero immaginario (j 2), subisce una rotazione antioraria di 90° e diviene un numero reale negativo**

L'impedenza, come altre grandezze elettriche, è una grandezza complessa; è costituita, cioè, da una parte reale ed una immaginaria e si esprime compiutamente con numeri complessi.

I valori che si vogliono rappresentare sono compresi in metà piano di Gauss perché non ci sono valori di impedenza con parte reale negativa, ma solo positiva (almeno con componenti passivi).

La parte immaginaria, invece, può essere sia negativa sia positiva.

Il fatto che il piano di Gauss si estenda sino all'infinito comporta grosse difficoltà a rappresentare il valore  $\infty$ , valore che è molto comune per le impedenze (impedenza d'ingresso di linea lunga  $\lambda/4$  in corto all'altro estremo, impedenza di circuito LC in parallelo, ecc...)

Phillip H. Smith, ingegnere USA (1905-1987) ha introdotto la Carta di Smith nel 1939<sup>[1][2]</sup> Questa permette di risolvere agevolmente problemi di linee di trasmissione e di adattamento nel campo delle radiofrequenze e microonde, senza calcoli complicati.

Oggi alcuni preferiscono utilizzare software adeguati che danno risposta in tempi brevissimi e con dieci cifre decimali... In questo modo, però, si perdono di vista le molteplici possibilità e i limiti di precisione del risultato ottenuto. Con l'uso della Carta, questo non succede (per uno che la sa usare!).

[1] P.H. Smith, *Transmission Line Calculator* – Electronics, Vol. 12, n°1, Jan. 1939

[2] P.H. Smith, *An Improved Transmission Line Calculator* – Electronics, vol. 17, n°1, Jan. 1944

Smith ha pensato bene di effettuare una trasformazione di coordinate.

Da metà piano di Gauss con assi ortogonali che si estendono sino all'infinito, si passa ad un sistema di coordinate costituito da circonferenze.

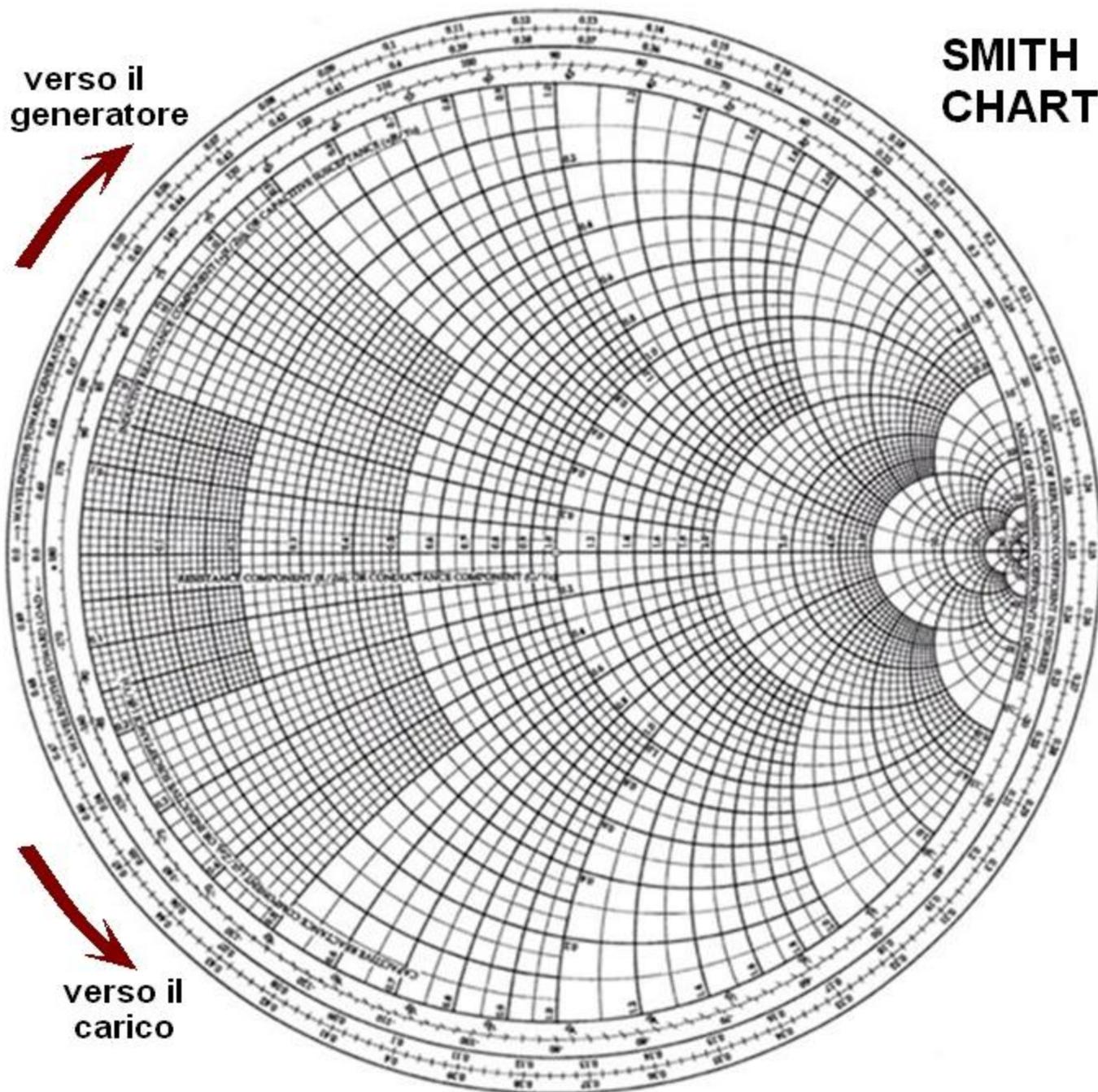
Nel cerchio risultante sono contenuti tutti i numeri complessi con parte reale positiva.

La Carta di Smith è, quindi, un diagramma bidimensionale che permette il calcolo grafico approssimato di una funzione in coordinate non cartesiane.

E' uno strumento grafico di calcolo analogico largamente usato in campo RF.

# SMITH CHART

verso il  
generatore

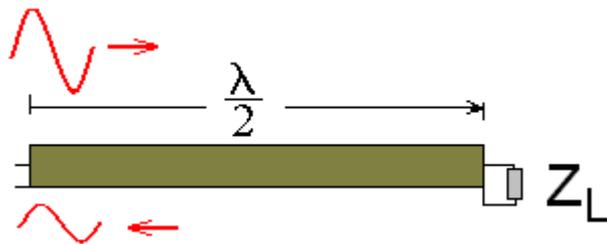


verso il  
carico



La Carta di Smith è un *polar plot* del coefficiente di riflessione  $\Gamma$  per riflessioni di impedenze di carico complesse normalizzate su un'impedenza caratteristica di linea  $Z_0$  [3] .

Il coefficiente di riflessione rappresenta il rapporto delle ampiezze complesse dell'onda "riflessa" e dell'onda "diretta".



La differenza di fase totale tra l'andata verso il carico ed il ritorno all'ingresso della linea è di  $360^\circ$  se la linea è lunga  $\lambda/2$ .

Per questo motivo la Carta di Smith comprende un'escursione di  $\lambda/2$  per una rotazione completa di  $360^\circ$  sulla Carta.

Un asse reale (resistivo) attraversa da sinistra a destra per il centro della Carta e su quest'asse possono essere inseriti tutti i valori resistivi normalizzati da  $r = 0$  a  $r = \infty$ .

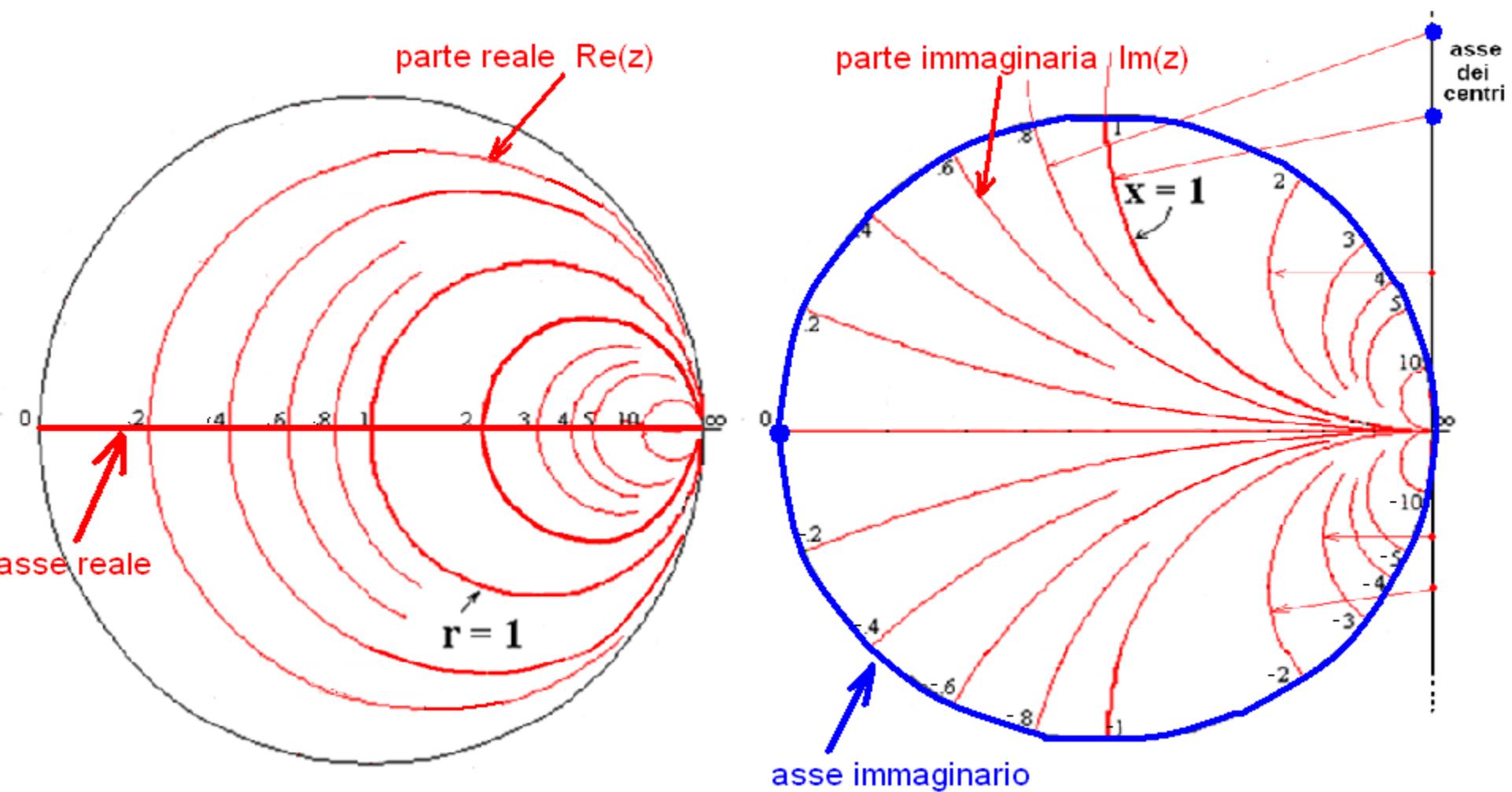
Un "asse" immaginario (reattivo) circonda la Carta al suo bordo esterno.

Qui sono inseriti valori (normalizzati) puramente reattivi.

Valori di impedenza con componente reattiva positiva (induttiva) sono individuati nel semicerchio superiore della Carta, mentre valori di impedenza con componente reattiva negativa (capacitiva) trovano posto nel semicerchio inferiore della Carta.

- Sulla Carta di Smith i valori della parte reale dell'impedenza,  $r = \text{Re}(z)$ , e della parte immaginaria,  $x = \text{Im}(z)$ , sono disposti su circonferenze al variare una dell'altra.

I valori della parte reale sono su circonferenze con centro sull'asse reale e tagliano tutte lo stesso asse reale al punto infinito, mentre i valori della parte immaginaria stanno su circonferenze con centro posizionato fuori dalla Carta e sono tangenti all'asse reale nel punto infinito.



# ALCUNE PRINCIPALI DEFINIZIONI E RELAZIONI TRA GRANDEZZE RF

Impedenza e Ammettenza  $Z = R + jX$   $Y = \frac{1}{Z} = G - jB$

Coefficiente di Riflessione  $\Gamma = \frac{V_r}{V_d} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$

Rapporto Onde Stazionarie  $VSWR = \frac{V_{Max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$

Potenza riflessa  $P_r = |\Gamma|^2 P_d$

Return Loss  $RL = -10 \log |\Gamma|^2$

**Normalizzazione.** I valori di impedenza e di ammettenza sono colti con più precisione e risoluzione sulla carta quando hanno valori rappresentati attorno al centro della Carta. Per questo occorre “normalizzare” i valori reali di impedenza ed ammettenza per portarli “vicino al centro”.

Molto spesso è usato il valore di impedenza caratteristica della linea ( $Z_0$ ) come valore di normalizzazione.

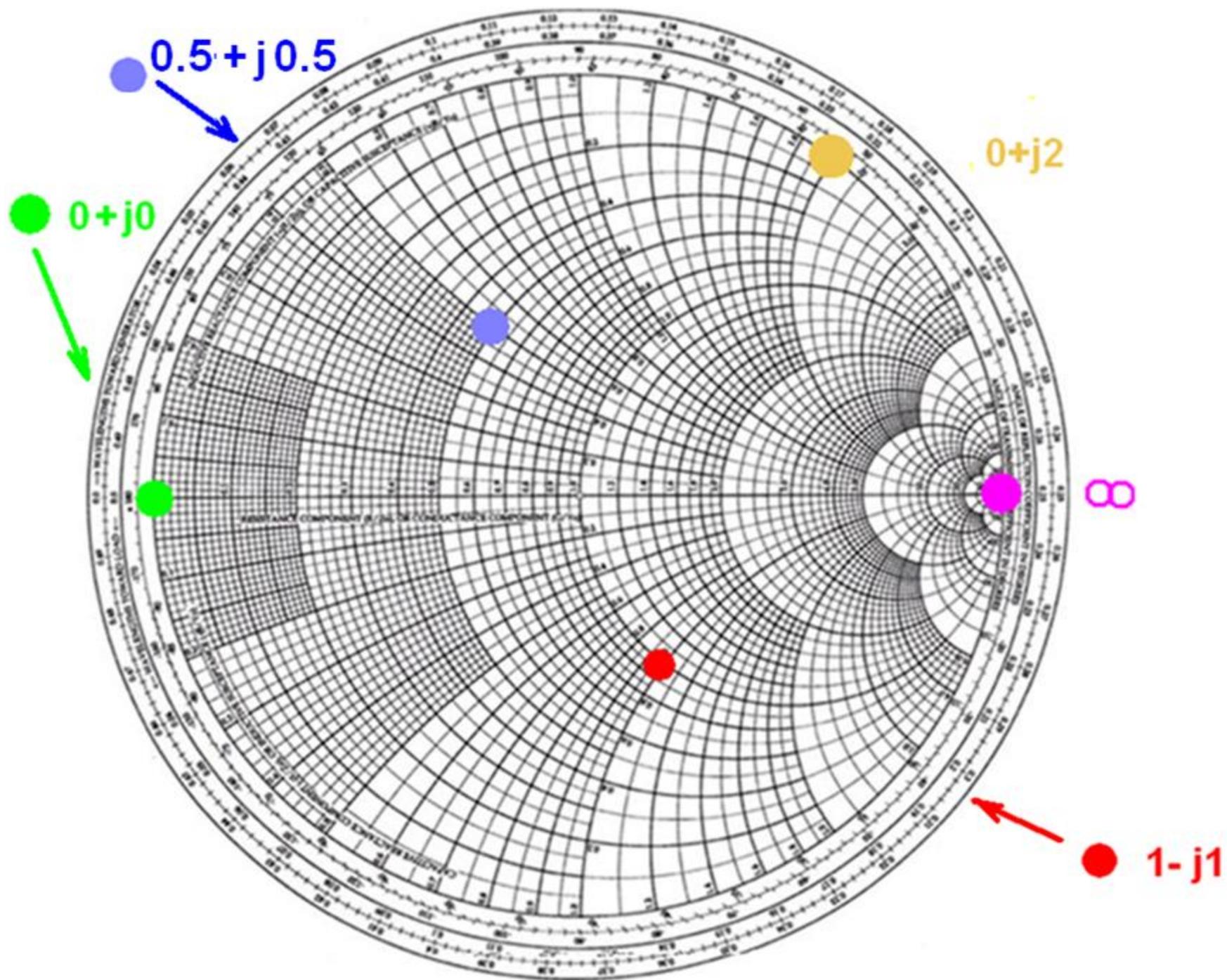
La impedenza vera va, quindi, divisa per  $Z_0$  mentre l'ammettenza vera va moltiplicata per  $Z_0$ . Alla fine dei calcoli, occorre l'operazione inversa.

E' in uso indicare con lettere minuscole le grandezze normalizzate e in maiuscolo le grandezze originali.

Nella figura seguente sono rappresentati alcuni valori di impedenza normalizzata a  $50 \Omega$ .

Esempio:  $Z = 50 - j 50 \Omega$  che, normalizzata diviene:

$$\mathbf{z} = \frac{\mathbf{50} - \mathbf{j} \mathbf{50}}{\mathbf{50}} = \mathbf{1} - \mathbf{j} \mathbf{1}$$



## ALCUNE NOTE

Trovato il punto con l'impedenza normalizzata sulla Carta, occorre tracciare la circonferenza per il punto stesso con centro il centro della Carta (punto  $1+j0$ ).

Tutti i punti che si trovano su questa circonferenza rappresentano valori che si incontrano lungo la linea ed hanno stesso ROS e stesso modulo di coefficiente di riflessione.

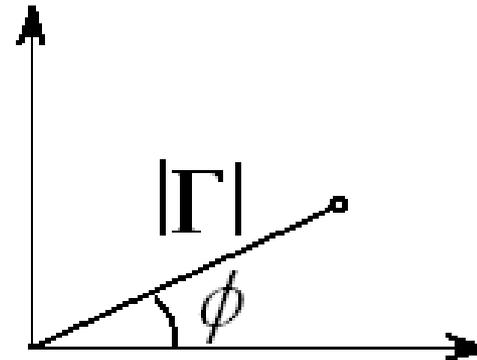
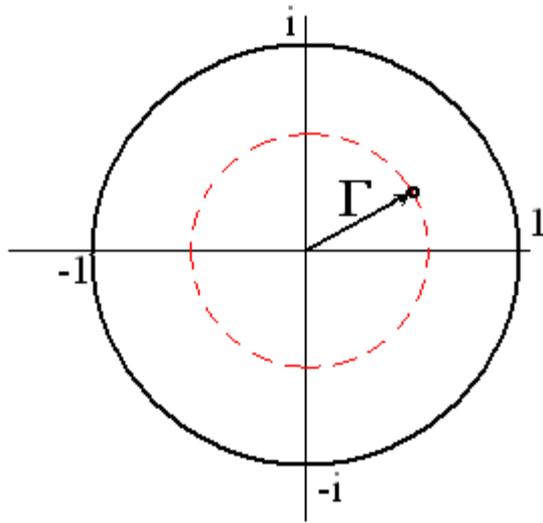
Riportando il raggio di questa circonferenza sulle opportune scale esterne, si può leggere anche il valore corrispondente delle grandezze. La stessa circonferenza comprende tutti i valori di impedenza che si incontrano lungo la linea (se non dissipativa).

I punti dove la circonferenza incontra l'asse reale rappresentano numeri reali ed indicano il valore max e min dell'impedenza che si ritrovano lungo la linea. Il punto che si trova sull'asse reale tra 1 ed  $\infty$  indica direttamente il valore del ROS.

Siccome  $V_{MAX} = 1 + |\Gamma|$  e  $V_{min} = 1 - |\Gamma|$ , è facile calcolare i valori massimi e minimi delle tensioni (e correnti) che si ritrovano lungo la linea.

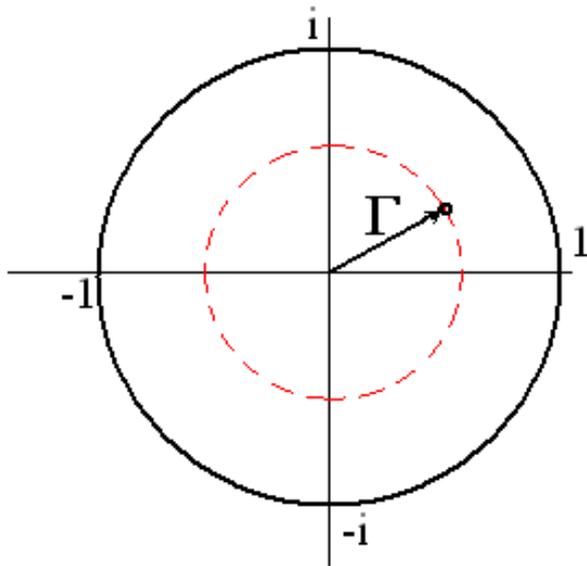
# RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE

Il coefficiente di riflessione  $\Gamma$  è un numero complesso che può essere visualizzato sul piano di Argand-Gauss (piano cartesiano modificato: parte reale sull'asse x e parte immaginaria sull'asse y).



Il punto sul piano è sempre all'interno del cerchio di raggio unitario

Se la **linea di trasmissione è senza perdite**, il coefficiente di riflessione mantiene modulo costante in qualunque punto della linea, mentre cambia di fase di  $360^\circ$  per uno spostamento sulla linea di  $\lambda/2$ .



PUNTI NOTEVOLI.

$\Gamma = 0$       linea adattata (centro del cerchio)

$\Gamma = +1$     linea aperta all'estremità

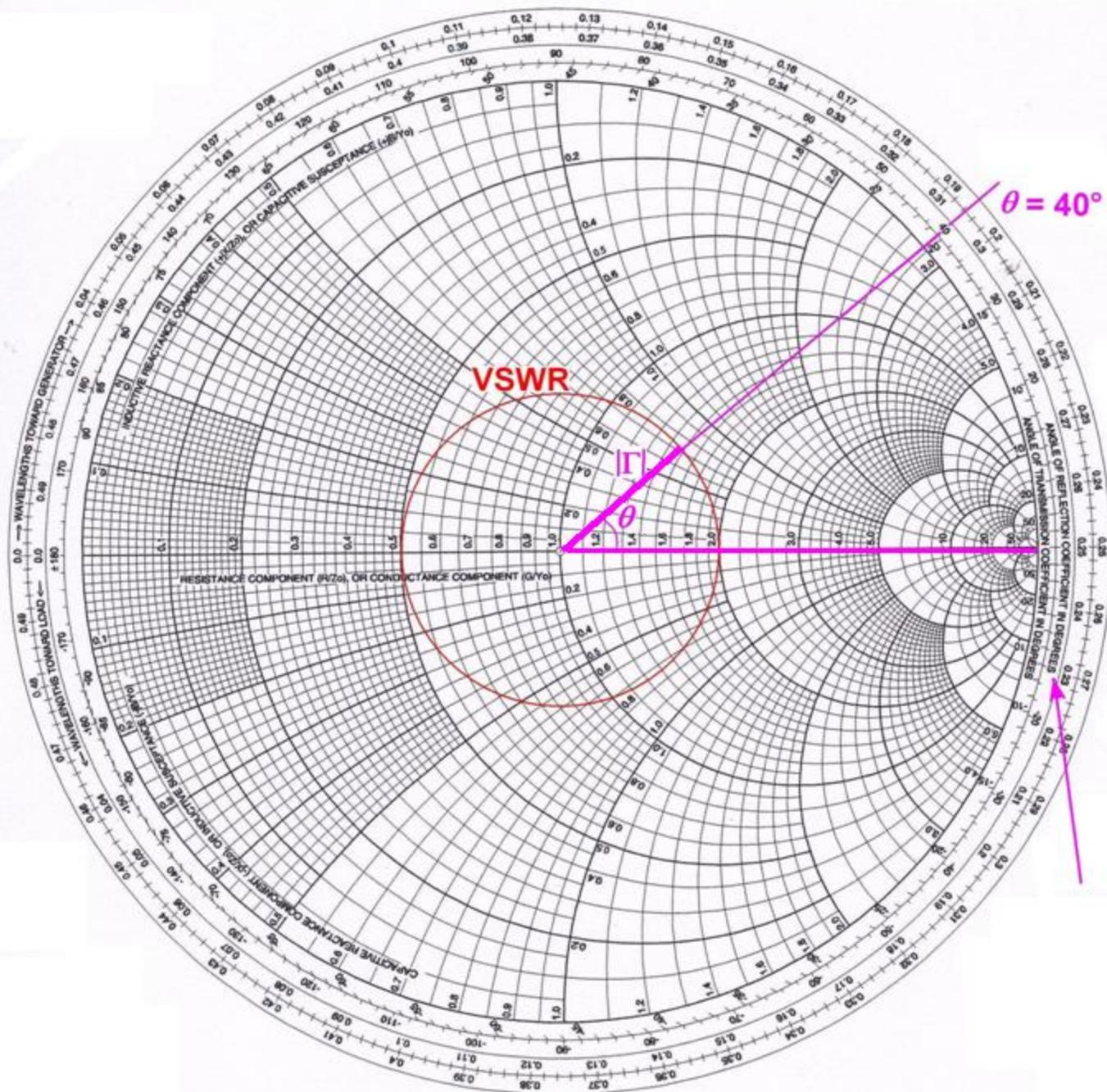
$\Gamma = -1$     linea in corto all'estremità

$\Gamma = +i$     linea chiusa su pura induttanza

$\Gamma = -i$     linea chiusa su pura capacità

$\Gamma$  reale e positivo (max di tensione in linea)

$\Gamma$  reale e negativo (min di tensione in linea)



Dal centro alla circonferenza esterna della Carta il modulo del coefficiente di riflessione è 1

$$|\Gamma| = 0.33$$

Angolo del coefficiente di riflessione in gradi

L'orientazione più comune della Carta di Smith è con l'asse reale posto orizzontalmente con  $R = \infty$  (circuito aperto) a destra. In questo punto il coefficiente di riflessione è  $\Gamma = 1$  con angolo di fase zero.

Normalmente gli angoli sono misurati a partire dall'asse reale positivo in senso antiorario; torna normale, quindi, per analogia, utilizzare questa orientazione che porta dopo una rotazione di  $180^\circ$  sempre sull'asse reale al valore di  $\Gamma = -1$ .

L'orientazione più comune della Carta di Smith è con l'asse reale posto orizzontalmente con  $R = \infty$  (circuito aperto) a destra. In questo punto il coefficiente di riflessione è  $\Gamma = 1$  con angolo di fase zero.

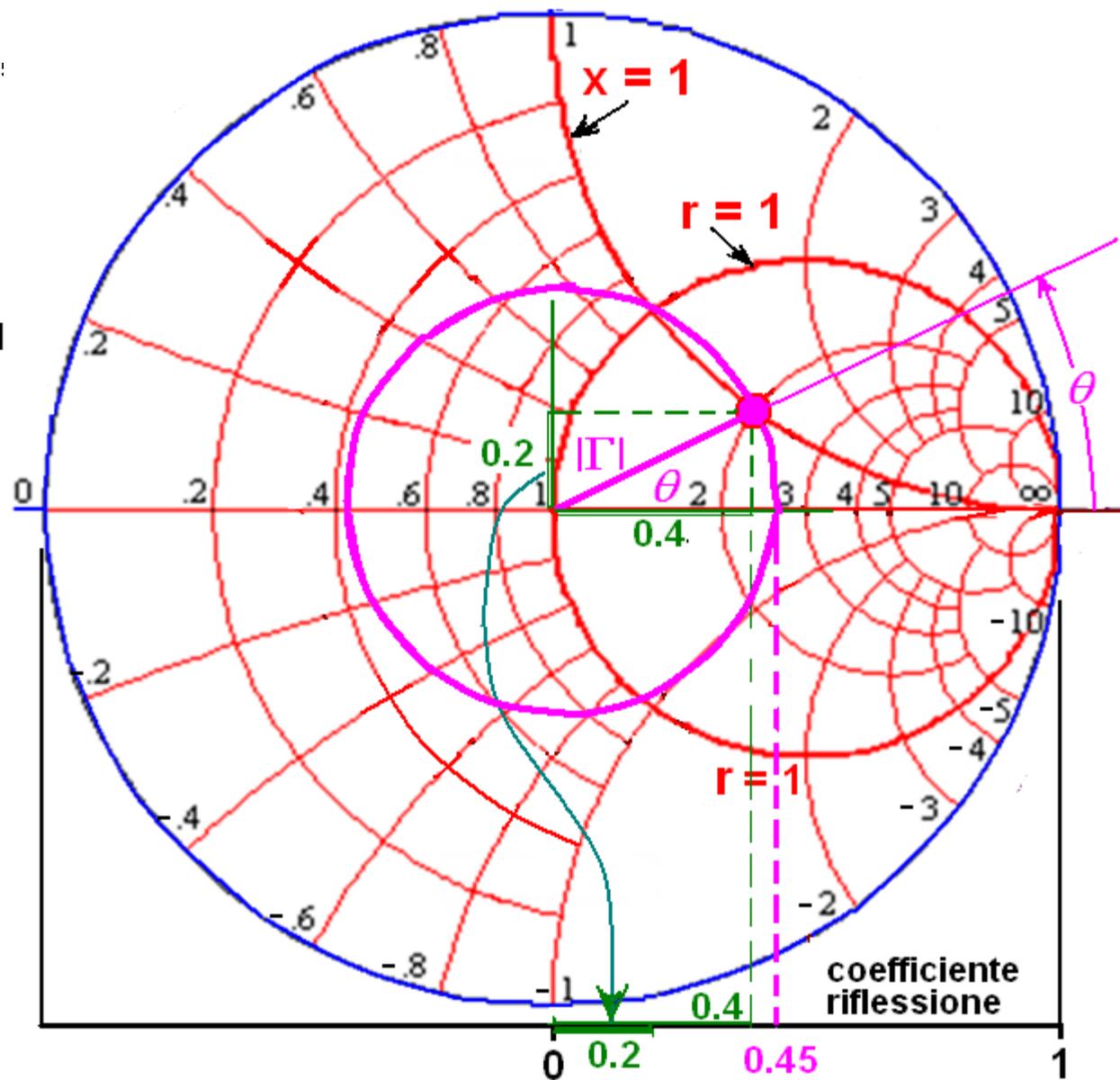
Normalmente gli angoli sono misurati a partire dall'asse reale positivo in senso antiorario; torna normale, quindi, per analogia, utilizzare questa orientazione che porta dopo una rotazione di  $180^\circ$  sempre sull'asse reale al valore di  $\Gamma = -1$ .

Esempio: indicare sulla Carta il punto corrispondente all'impedenza del carico  $Z_L = 100 + j 50$  e osservarne il coefficiente di riflessione corrispondente su una linea di  $Z_0 = 50 \Omega$ .

Una volta normalizzata, l'impedenza diviene:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{100 + j 50}{50} = 2 + j 1$$

Il modulo del coefficiente di riflessione è:  
 $|\Gamma| = 0.45$  con  
 angolo  $\theta = 26.6^\circ$



Le componenti di  $\Gamma$  possono essere estratte più direttamente dalla Carta. Occorre semplicemente valutare le proiezioni in coordinate rettangolari sugli assi orizzontale e verticale passanti per il centro della Carta, sempre di raggio unitario. Queste danno direttamente la parte reale,  $\Gamma_r$ , e la parte immaginaria  $\Gamma_i$  del coefficiente di riflessione.

Si valuta quindi:  $\Gamma_r = 0.4$        $\Gamma_i = 0.2$

così che:  $\Gamma = 0.4 + j 0.2$

Oppure, scritto in forma trigonometrica:

$$\begin{aligned}\Gamma &= |\Gamma| \cdot [\cos(\theta) + i \sin(\theta)] \\ &= 0.45 [\cos(26.6) + i \sin(26.6)]\end{aligned}$$

## IMPEDENZA DI INGRESSO DI LINEA TERMINATA CON $Z_L$ E LUNGA $l$

in generale:

$$Z(l) = \frac{Z_L + Z_0 \cdot \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \cdot \tanh(\gamma l)}$$

$Z_0$  = impedenza caratteristica linea

$Z_L$  = impedenza carico

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$\alpha$  = costante di attenuazione [Np]

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad [\text{rad/m}]$$

se  $\alpha = 0$  (linea non dissipativa), si "semplifica" in:

$$Z(l) = \frac{Z_L + j Z_0 \cdot \tan(\beta l)}{Z_0 + j Z_L \cdot \tan(\beta l)}$$

e, normalizzata:

$$z(l) = \frac{z_L + j \tan(\beta l)}{1 + j z_L \tan(\beta l)}$$

L'impedenza d'ingresso della linea  $Z(l)$  cambia, infatti, di modulo e di fase con la coordinata  $l$  .

I punti che la descrivono sono disposti lungo una circonferenza con centro il punto 1,0 ovvero il centro della Carta.

E' tutto molto più semplice che calcolare in modo analitico matematico il valore di  $Z(l)$  !

Se il carico  $Z_L$  è alimentato da linea di lunghezza  $l$ , non dissipativa, si può facilmente ottenere la impedenza di ingresso  $Z_i$ .

Occorre spostarsi sulla circonferenza  $|\Gamma| = \text{costante}$  (ovvero  $VSWR = \text{costante}$ ) – verso il generatore- per una lunghezza  $l$  misurata sulla scala esterna delle lunghezze d'onda.

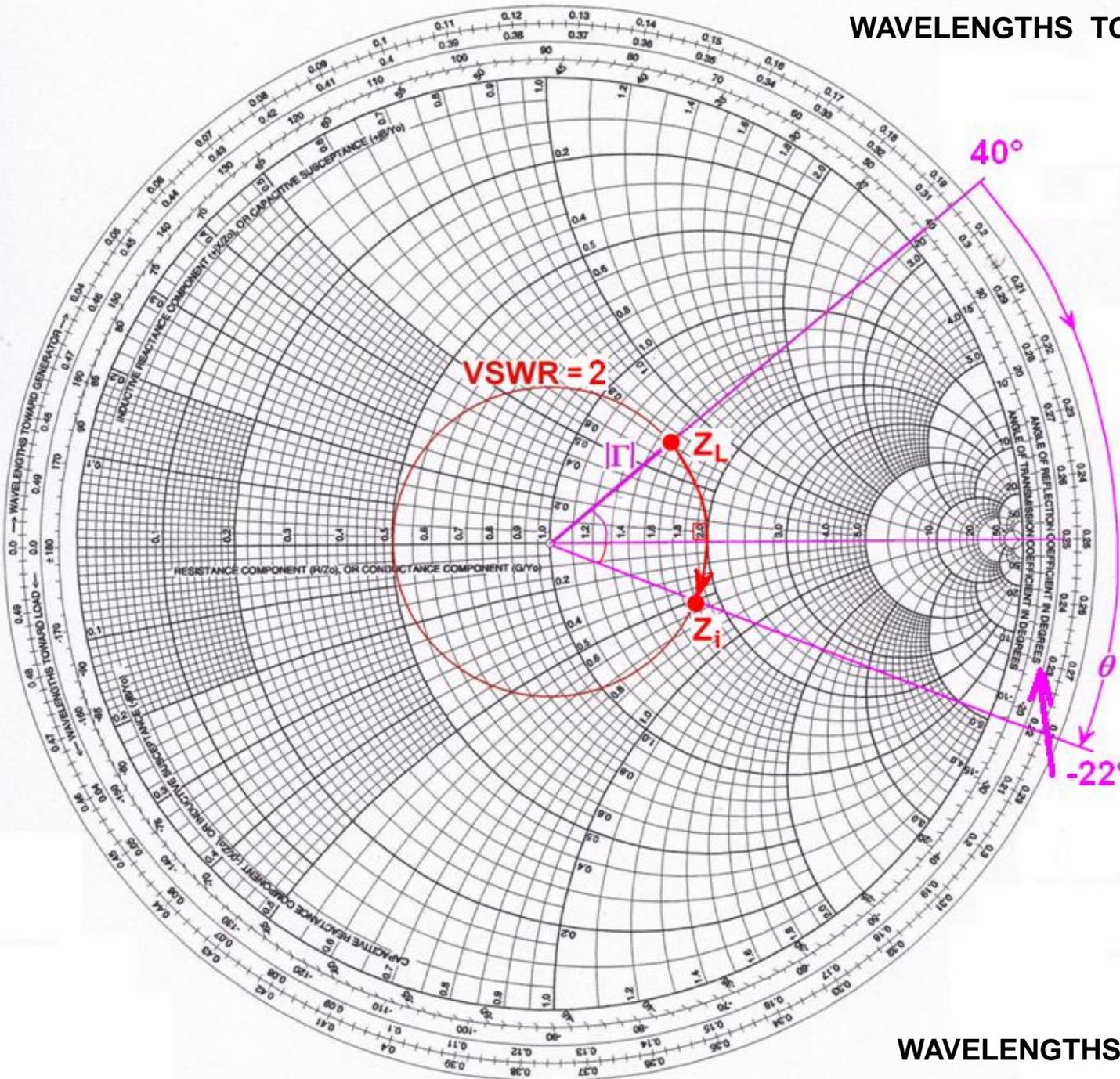
Nell'esempio:  $l = 0.086 \lambda$  ,  $Z_L = 1.5 + j 0.7$

Si ricava facilmente :  $|\Gamma| = 0.33$  e  $VSWR = 2$

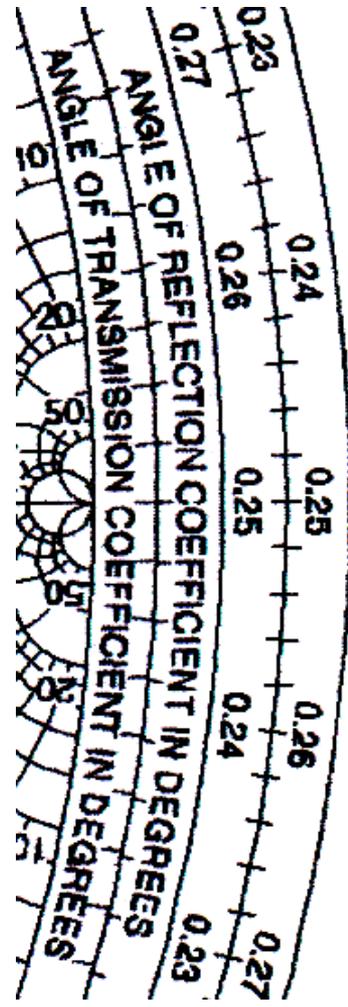
Spostandoci in senso orario di  $l = 0.086 \lambda$  , sulla circonferenza  $VSWR = 2$  (è costante su tutta la linea) si incontra il punto  $Z_i = 1.8 - j 0.5$ .

Il coefficiente di riflessione (di modulo costante  $|\Gamma|=0.33$ ) ha cambiato di fase di  $\theta = -62^\circ$  (osservata sulla scala esterna di ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT)

WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR



enlarged



WAVELENGTHS TOWARD LOAD

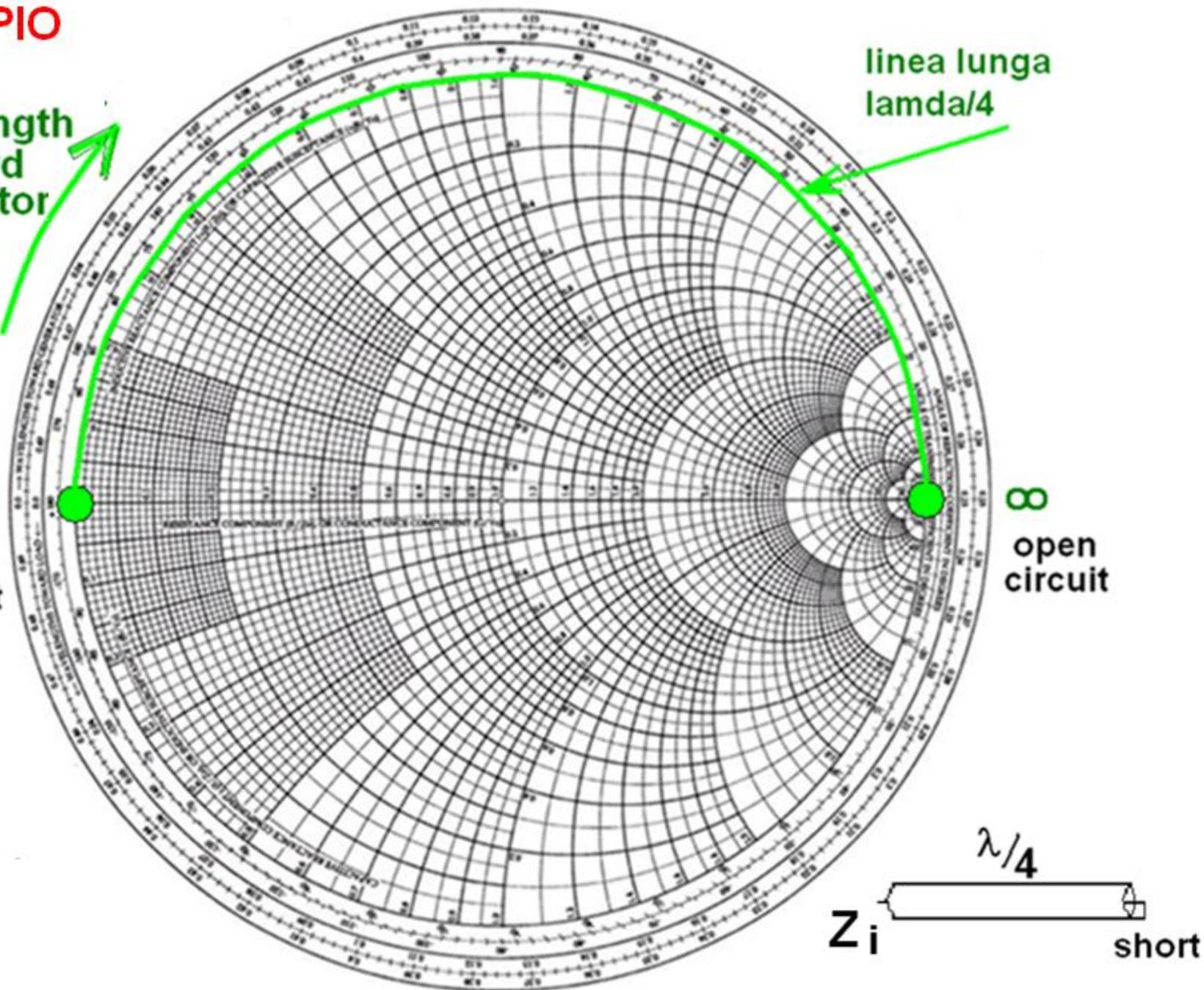
# ESEMPIO

wavelength  
toward  
generator

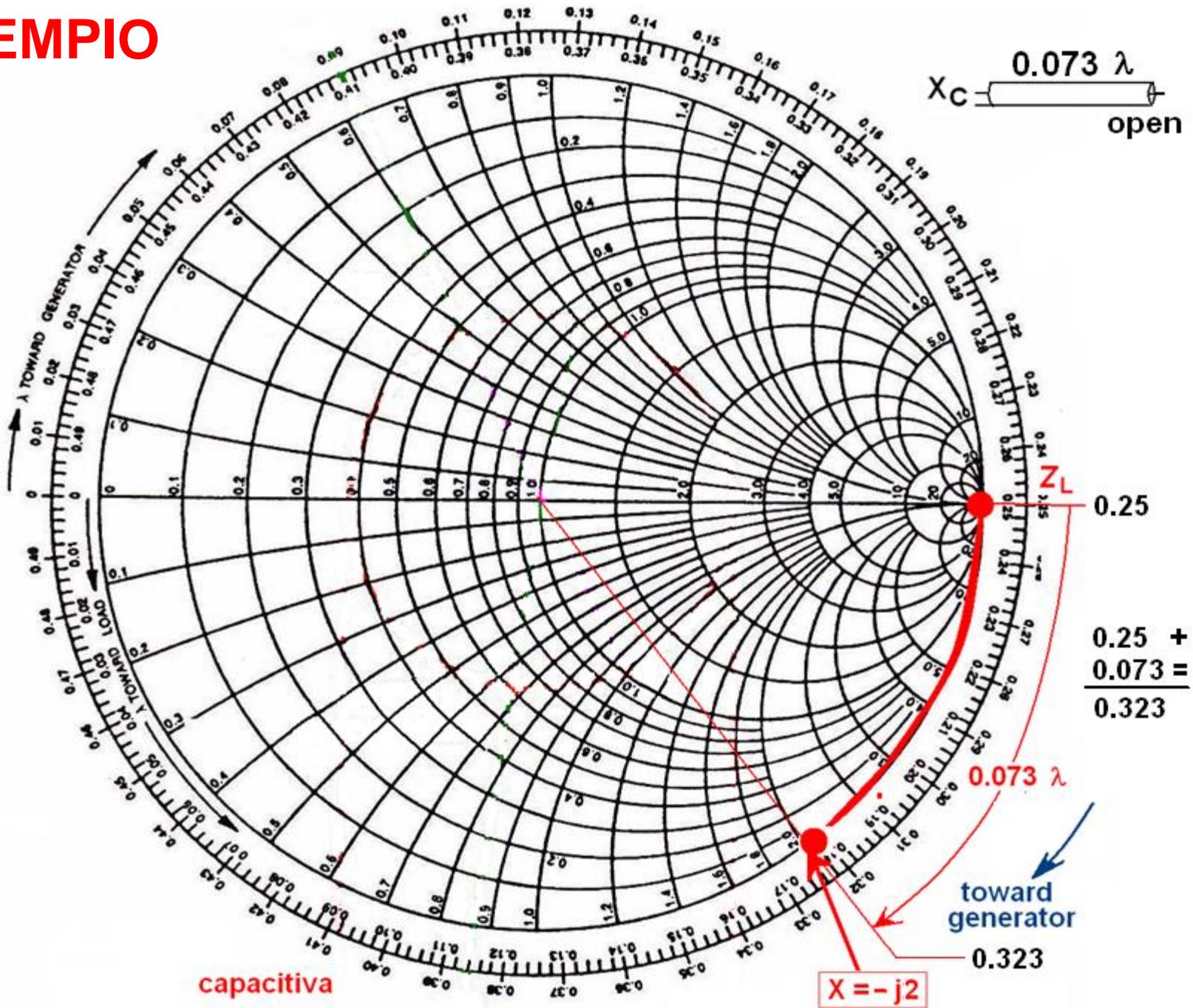
linea lunga  
 $\lambda/4$

$0 + j0$   
short  
circuit

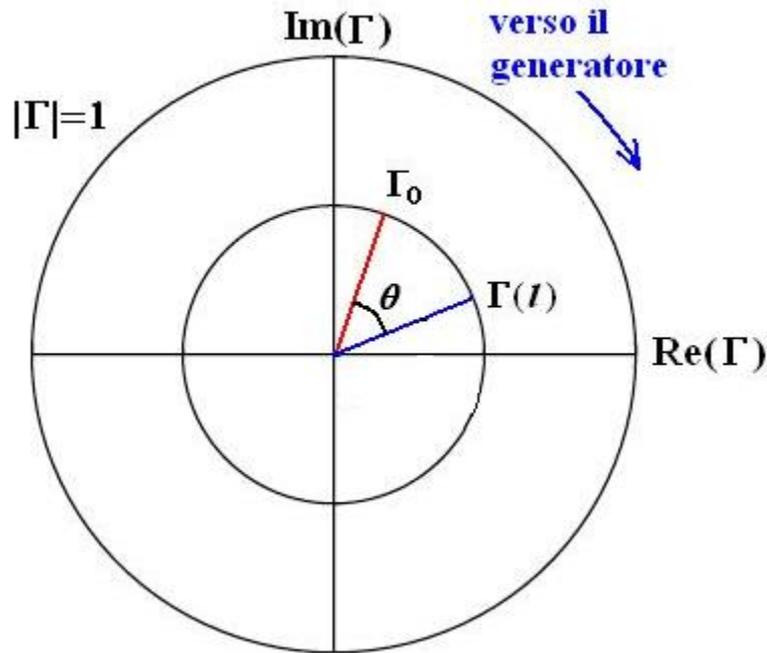
$\infty$   
open  
circuit



# ESEMPIO

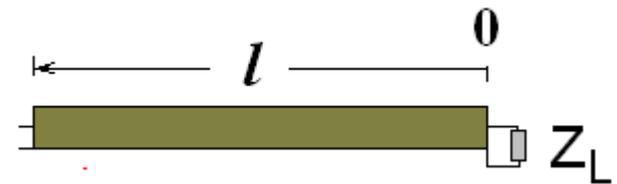


## TRASFORMAZIONE DEL COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE



$$\Gamma(l) = \Gamma_0 e^{-j2\beta l}$$

$$\theta(l) = \theta_0 - 2\beta l$$



Al variare di  $l$ , il coefficiente di riflessione descrive una circonferenza di raggio costante (linea non dissipativa).

L'angolo  $\theta$  cambia: all'aumentare di  $l$  (verso il generatore), corrisponde una rotazione oraria verso il generatore.

La fase cambia con:

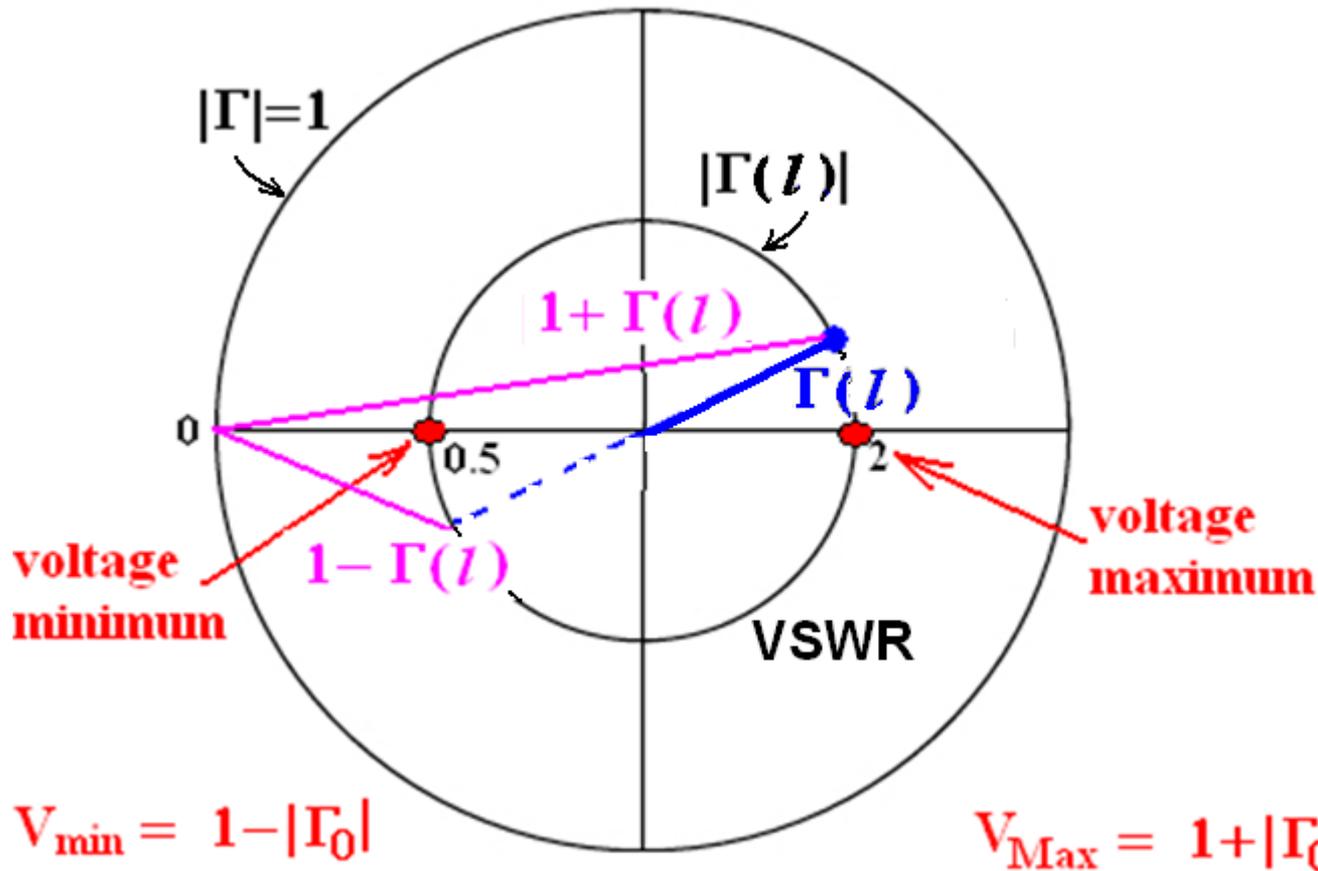
$$e^{-j2\beta l}$$

# TENSIONE E CORRENTE LUNGO LA LINEA NON DISSIPATIVA

## VALORI NORMALIZZATI

$$V(l) = |1 + \Gamma(l)|$$

$$I(l) = |1 - \Gamma(l)|$$



Al variare della distanza  $l$  dalla terminazione della linea, il modulo di  $\Gamma$  rimane costante, mentre cambia l'argomento  $\theta$ . Sempre su linea senza attenuazione.

$$\Gamma(l) = \frac{Z(l) - Z_0}{Z(l) + Z_0} = \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| \cdot e^{-j2\beta l}$$

L'impedenza della linea, vista a distanza  $l$  dal carico, varia nel campo complesso con valori che si ripetono ogni  $\lambda/2$  e raggiunge valori reali – minimo e massimo – a distanza  $\lambda/4$  tra loro.

$$Z(l) = Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + j Z_L \tan(\beta l)}$$

con  $\beta = 2\pi / \lambda$ .

Sul piano di rappresentazione del coefficiente di riflessione  $\Gamma$  si possono tracciare le curve luogo dei punti in cui la parte reale e la parte immaginaria sono costanti .

Queste curve sono dei cerchi il cui raggio e centro dipendono dal valore di  $r$  e  $x$  (valori normalizzati dell'impedenza).

$$\mathbf{Re(Z(l)) = Re\left(\frac{\Gamma(l)+1}{\Gamma(l)-1}\right) = \mathbf{cost\ r}}$$

$$\mathbf{Im(Z(l)) = Im\left(\frac{\Gamma(l)+1}{\Gamma(l)-1}\right) = \mathbf{cost\ x}}$$

**La *Carta di Smith* é la rappresentazione grafica di tali cerchi, che consente di risolvere, per via grafica, molti problemi relativi all'impiego di linee di trasmissione .**

Ricapitolando...

L'impedenza normalizzata ed il coefficiente di riflessione cambiano lungo la linea in funzione della distanza  $l$  dal carico, e danno la stessa informazione.

$$z_i = \frac{z_L + j \tan \beta l}{1 + j z_L \tan \beta l}$$

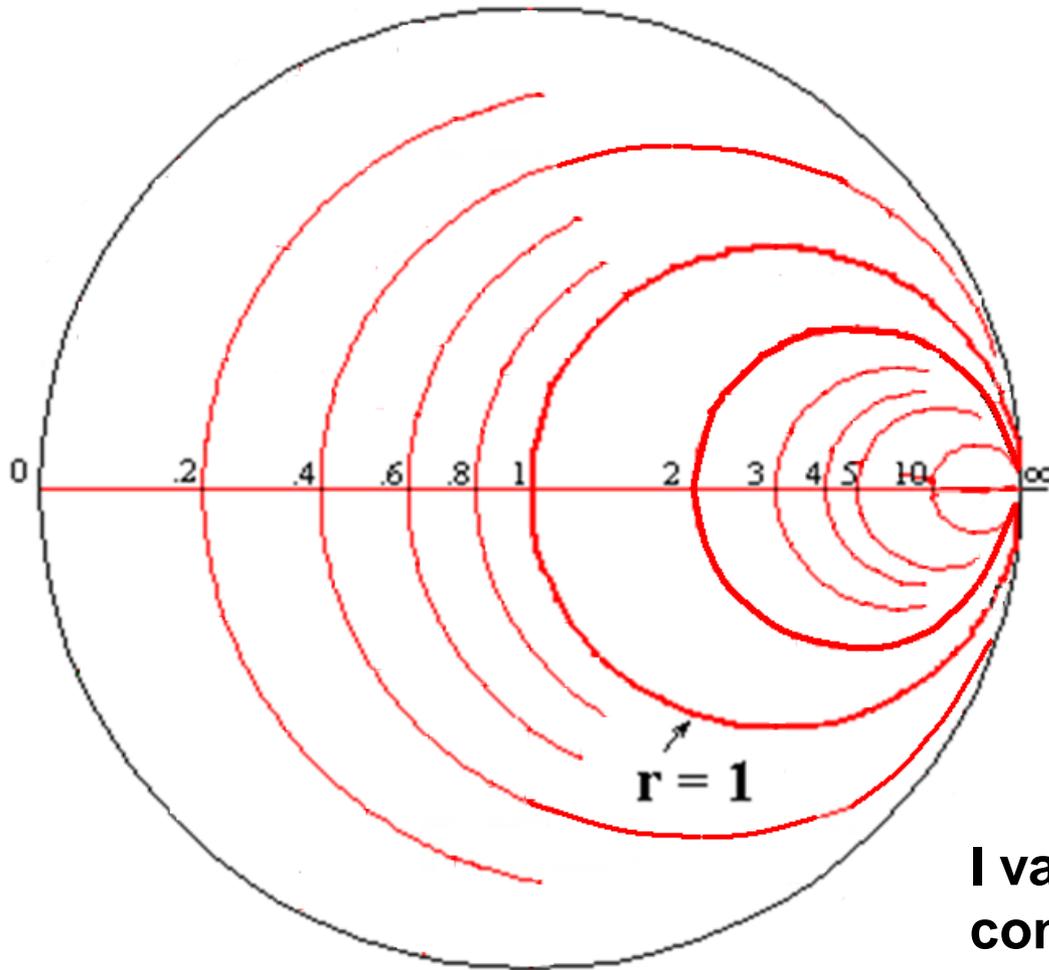
$$\Gamma_i = \Gamma_L e^{-j 2 \beta l}$$

$$z_L = \frac{z_i - j \tan \beta l}{1 - j z_i \tan \beta l}$$

$$z_i = \frac{1 + \Gamma_L e^{-j 2 \beta l}}{1 - \Gamma_L e^{-j 2 \beta l}}$$

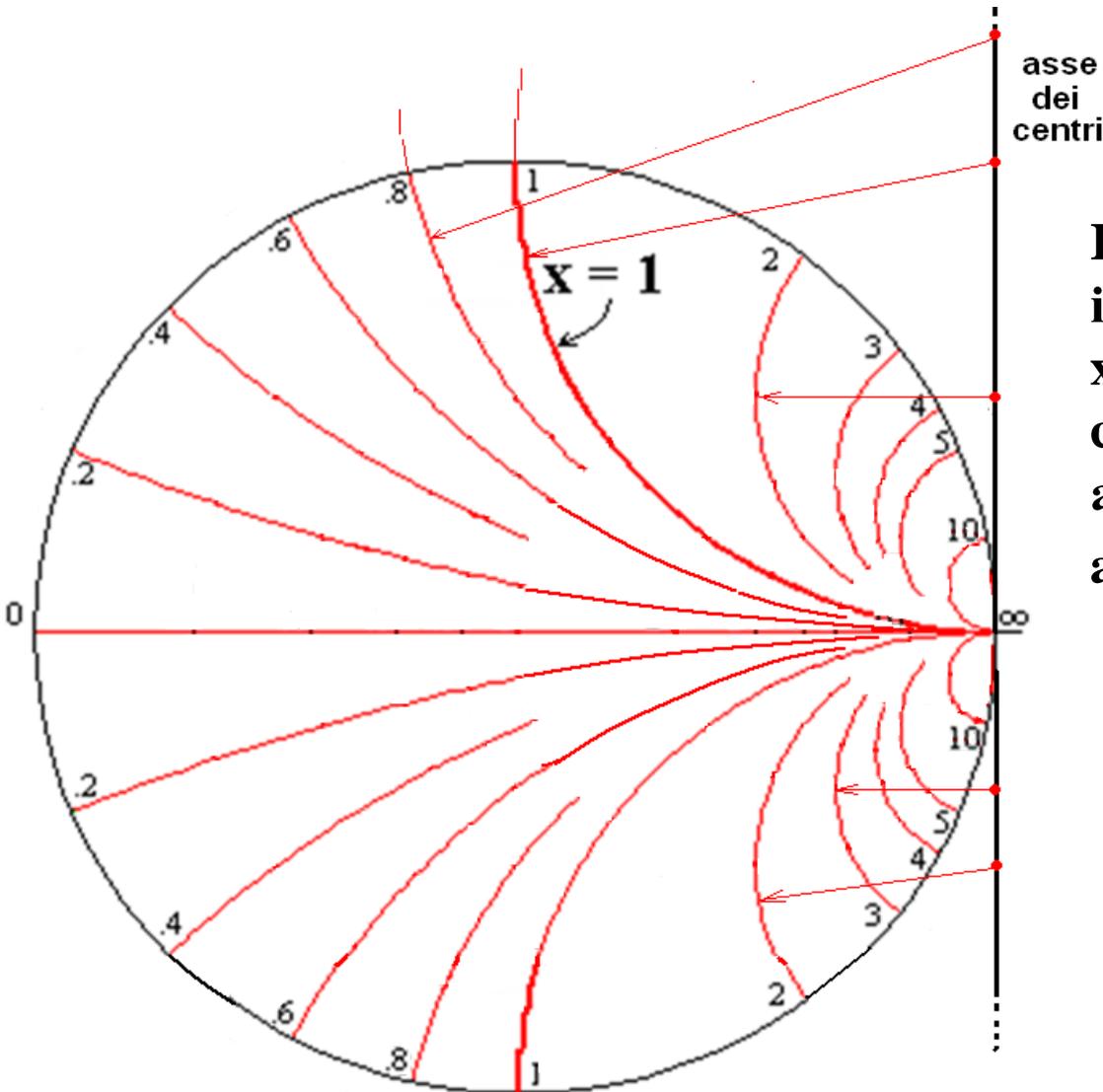
$$z_L = \frac{1 + \Gamma_i e^{j 2 \beta l}}{1 - \Gamma_i e^{j 2 \beta l}}$$

## CURVE $r$ costante



I valori della parte reale di  $Z$  con  $r = \text{costante}$  sono raccolti su circonferenze di centro sull'asse reale e passanti tutte dal punto infinito

## CURVE $x$ costante



I valori della parte immaginaria dell'impedenza  $x = \text{costante}$  sono raccolti su circonferenze col centro esterno alla Carta e sull'asse tangente al punto  $\infty$ .

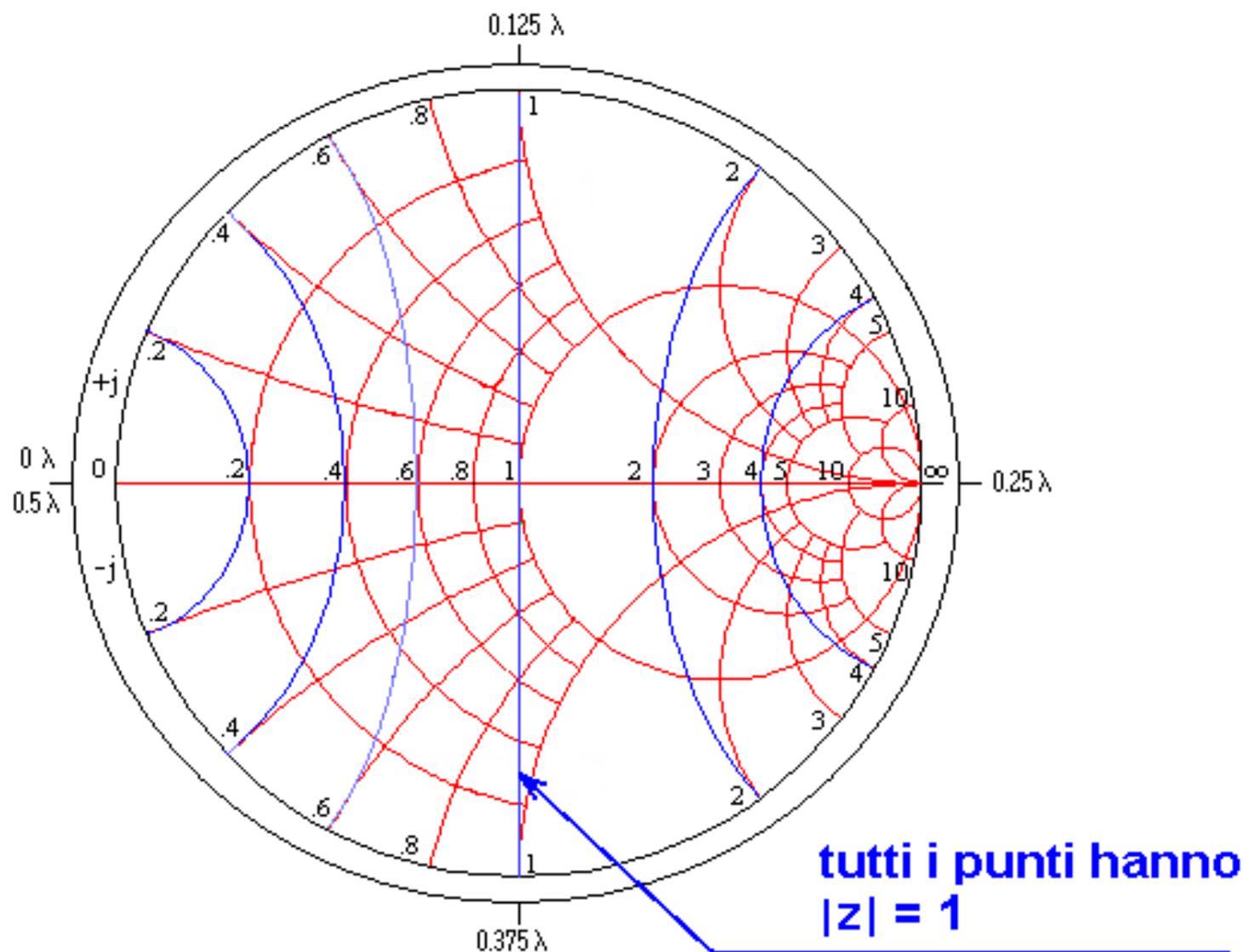


L'impedenza cambia lungo la linea nel campo complesso con valori che si ripetono ogni  $\lambda/2$ .

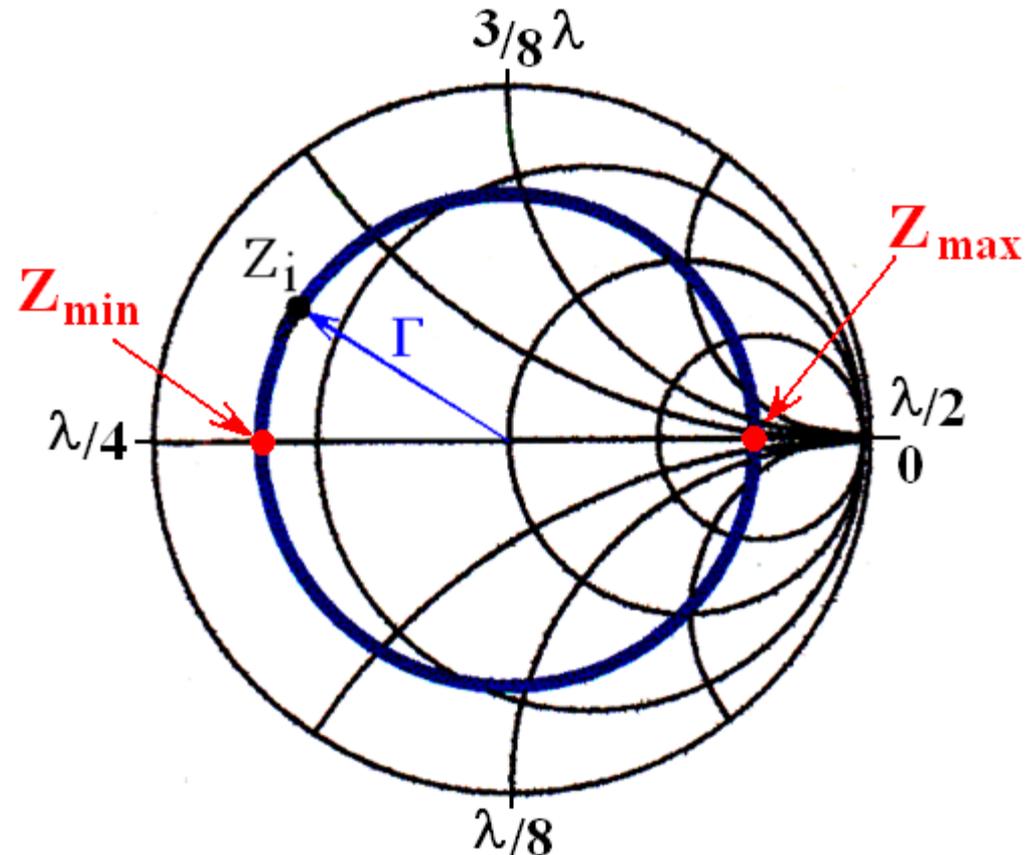
Si presentano anche valori reali (minimo e massimo) distanti  $\lambda/4$  tra loro.

Normalmente si fa coincidere l'origine della coordinata spaziale con il carico.

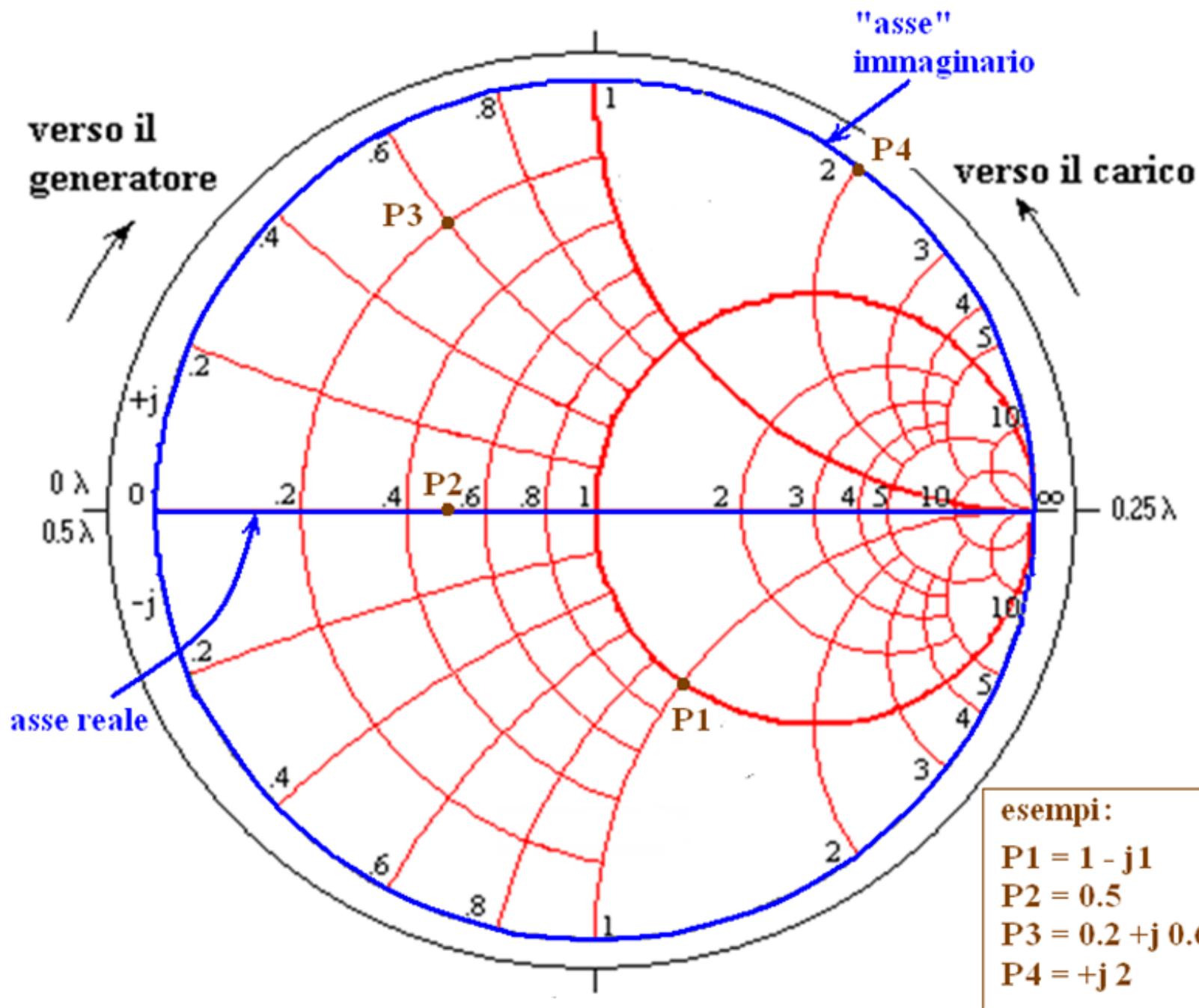
## Curve a $|z|$ costante



I massimi (ed i minimi) si ripetono a distanza  $\lambda/2$  e la posizione della  $V_{\max}$ , in caso di carico resistivo con  $Z_L > Z_0$ , si ritrova al carico e, più in generale, a  $n \cdot \lambda/2$  dal carico (con  $n = 0, 1, 2, \dots$ ).



Tra massimo e minimo  
la distanza è  $\lambda/4$ .



# IMPEDENZA ED AMMETTENZA

Impedenza ed ammettenza sono due grandezze una inversa dell'altra. L'impedenza si misura in ohm (simbolo  $\Omega$  ).

L'ammettenza si misura in siemens e, per vecchia usanza, anche in mho (simbolo  $\bar{\Omega}$  ).

Sono grandezze complesse:  $Z = R + jX$  e  $Y = G - jB$

**ATTENZIONE:** resistenza R e conduttanza G non si calcolano facendo l'inverso dell'altra. Così come la reattanza X e la suscettanza B.

Questo è possibile solo se Z e Y sono totalmente reali o totalmente immaginarie.

Nel caso generale occorre calcolare l'inverso di Z o di Y e calcolare le parti reali ed immaginarie.

**ESEMPIO:** sia  $Z = 10 + j 20$

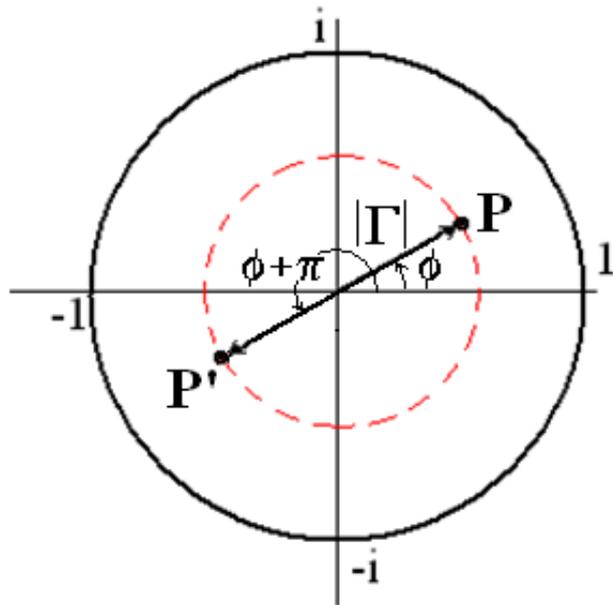
La ammettenza diviene:

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{Z} = \frac{1}{10 + j 20} = \frac{1}{10 + j 20} \frac{10 - j 20}{10 - j 20} = \\ &= \frac{10 - j 20}{100 + 400} = \frac{10 - j 20}{500} = 0.02 - j 0.04 \end{aligned}$$

La parte reale, 0.02, è la conduttanza G, mentre la parte immaginaria, 0.04, è la suscettanza B.

Se pensassimo di ottenere, per esempio, la conduttanza come inverso della resistenza otterremmo un valore errato.  
Es.:  $1/10 = 0.1$  **valore errato.**

La carta di Smith rappresenta sia le impedenze, sia le ammettenze.



$$\text{Impedenza del punto P: } \mathbf{z} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

$$\text{Impedenza del punto P': } \mathbf{z}' = \frac{1+|\Gamma'|}{1-|\Gamma'|}$$

$$\mathbf{z}' = \frac{1+|\Gamma'|}{1-|\Gamma'|} = \frac{1+|\Gamma| e^{i(\phi+\pi)}}{1-|\Gamma| e^{i(\phi+\pi)}} = \frac{1-|\Gamma|}{1+|\Gamma|} = \frac{1}{\mathbf{z}}$$

Il punto diametralmente opposto all'impedenza rappresentata dal punto P rappresenta l'inverso del valore della impedenza di P, cioè la sua ammettenza

**Oltre alla presentazione “classica” delle impedenze e delle ammettenze, la Carta di Smith ha subito, nel corso dei decenni del suo uso, variazioni ed estensioni notevoli.**

**Oggi si possono trovare la Carta delle impedenze e delle ammettenze sovrapposte a colori diversi.**

**Spesso si trovano Carte di Smith con le curve “immaginarie” che non riportano il segno, proprio per facilitare l’estensione del loro uso, anche se , per questo, occorre fare molta attenzione.**

**E’ possibile, inoltre, estendere l’utilizzo della Carta anche con componenti attivi e rappresentare resistenze negative (che si trovano all’esterno del cerchio “classico”).**

La Carta di Smith è stata introdotta originariamente come valido aiuto per problemi riguardanti le linee di trasmissione (impedenza, coefficiente di riflessione, ecc.) non solo per facilitare il calcolo, ma anche per la possibilità di una rapida visione d'insieme dei molti parametri interessati.

L'uso della Carta di Smith si è sviluppato, poi, con l'inclusione di altri parametri: parametri S, curve del Q, del NF, contorni di guadagno costante e regioni di stabilità incondizionata, sino a comprendere regioni con coefficiente di riflessione maggiore di 1 che si possono incontrare nell'analisi della stabilità degli amplificatori o negli oscillatori a resistenza negativa.

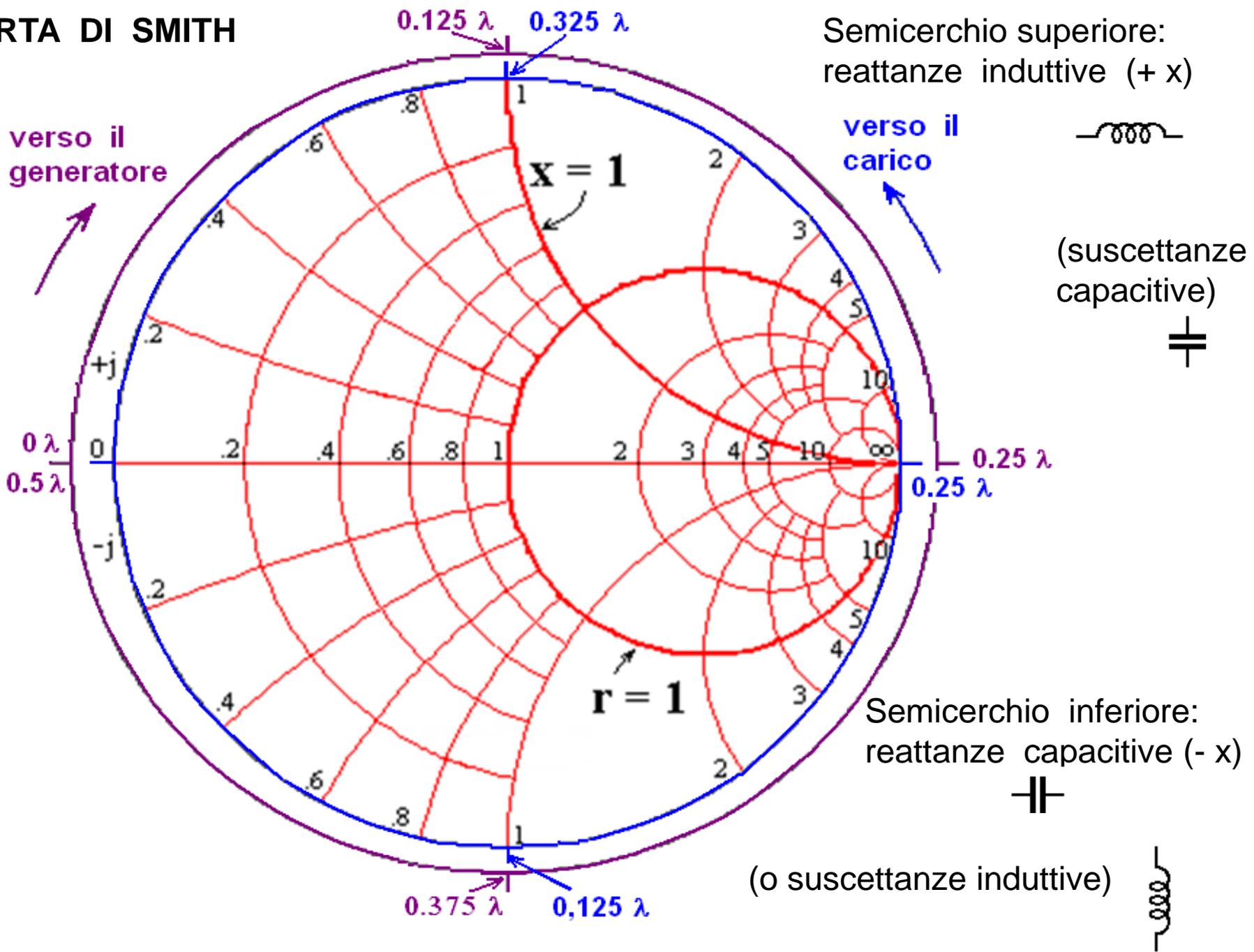
Ci sono due scale circolari di **lunghezze d'onda** poste al bordo della Carta, entrambe hanno origine sullo 0 dell'asse reale (estrema sinistra).

Entrambe mostrano la variazione di mezza lunghezza d'onda per una intera rivoluzione di  $360^\circ$  e sono calibrate da  $0 \lambda$  a  $0.5 \lambda$ , ma in direzioni opposte.

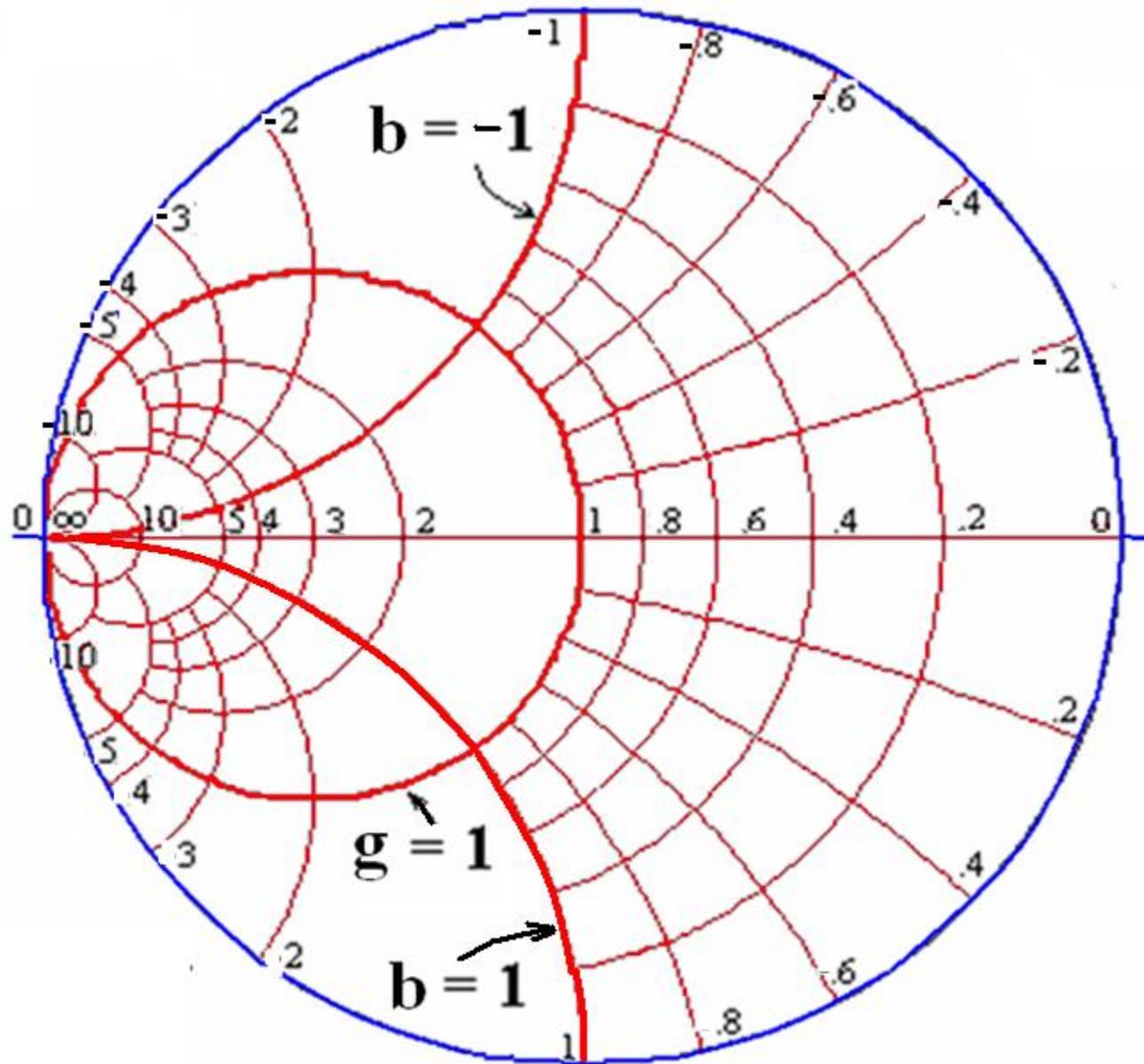
La scala più esterna è calibrata in senso orario e rappresenta **lunghezze d'onda verso il generatore**. La scala più interna è calibrata in senso anti-orario e rappresenta **lunghezze d'onda verso il carico**.

**Le due scale sono complementari : la somma dei due valori, in qualsiasi punto, dà  $0.5 \lambda$ .**

# CARTA DI SMITH



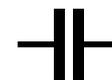
# CARTA DI SMITH delle AMMETTENZE



Semicerchio superiore:  
suscettanze negative ( $-b$ )



Semicerchio inferiore:  
suscettanze positive ( $b$ )



Le ammettenze vengono normalizzate moltiplicando il valore di  $Y$  per il valore dell'impedenza  $Z_0$  di lavoro.

Nella Carta di Smith i valori normalizzati di impedenza e ammettenza sono uno opposto all'altro per la retta che passa per il centro della Carta <sup>[4]</sup> .

**Esempio (impedenza caratteristica  $Z_0 = 50 \ \Omega$ ) :**

$$Z = 30 + j 60: \quad \rightarrow \quad z = Z/Z_0 \quad z = 0.6 + j 1.2$$

$$Y = 1/Z \quad Y = 6,66 \cdot 10^{-3} - j 0.013 \rightarrow \quad y = Y \cdot Z_0 \quad y = 0.333 - j 0.666$$

## **ESEMPIO**

**Sia dato un punto P di coordinate impedenza normalizzate:  
 $z = 0.6 + j 2$  (induttiva).**

**Analiticamente si calcola la corrispondente ammettenza:  
 $y = 1/z = 0.333 - j 0.666$  (induttiva)**

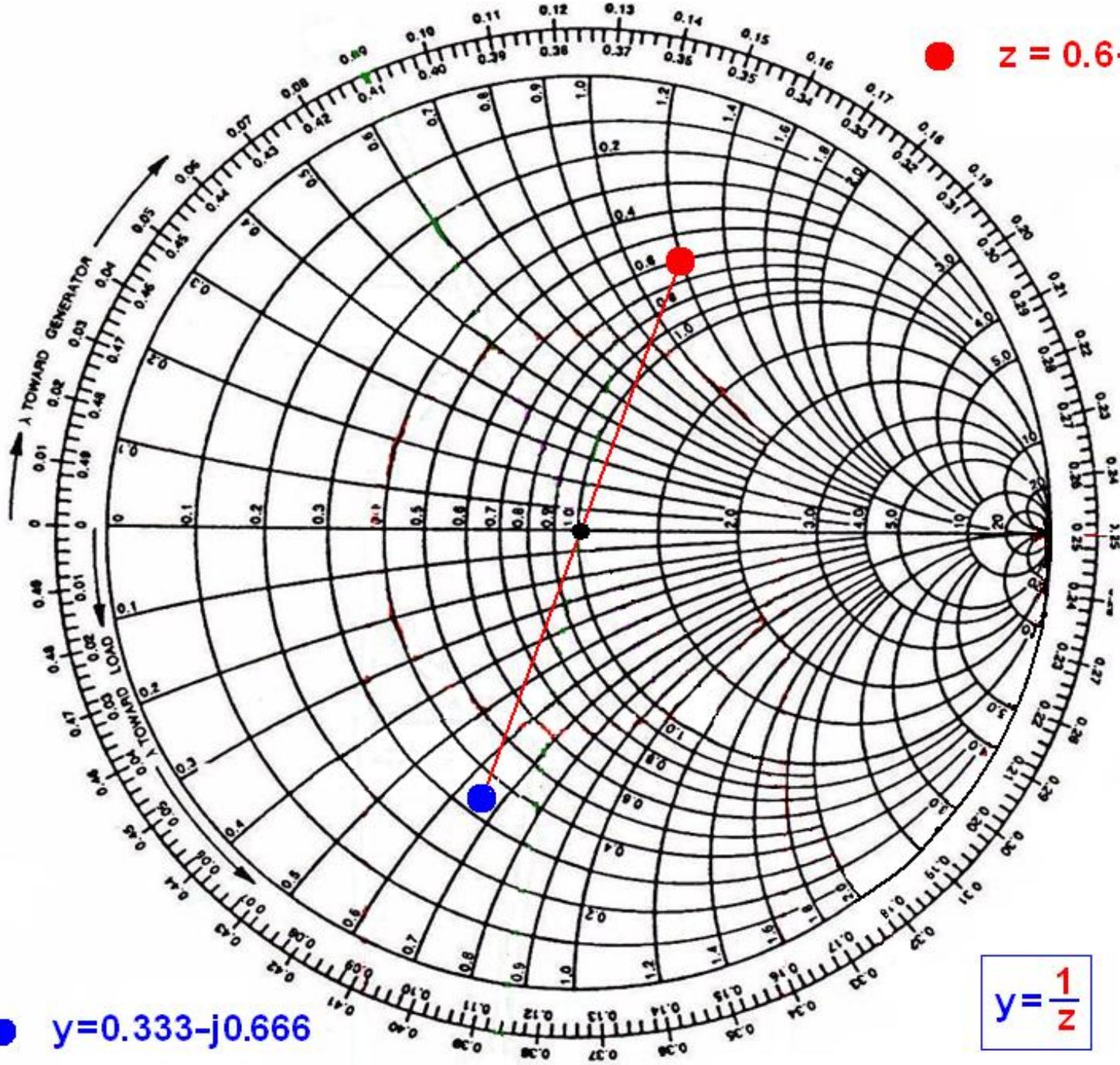
**Individuato il punto P sulla Carta di Smith (quella originale, delle impedenze), è facile trovare il corrispondente valore dell'ammettenza: basta tener fisso il punto P e ruotare di  $180^\circ$  la Carta sottostante. Il valore letto sulla Carta, così ruotata, è ora l'ammettenza corrispondente.**

**I due sistemi di coordinate (impedenza e ammettenza) sono, infatti, identici; sono solo ruotati di  $180^\circ$  l'uno rispetto all'altro.**

**Oppure, ed è ancora più facile, si può mantenere la carta delle impedenze e trovare il punto simmetrico rispetto al centro della Carta, senza ruotare le coordinate. Il nuovo punto, letto sempre nelle vecchie coordinate, è il valore in ammettenza. E' il metodo originale suggerito da Smith.**

**Oggi, ed è ancora più facile, si possono trovare Carte bicolori che contengono i due sistemi di coordinate, Z e Y. Lo stesso punto P può venire "letto" contemporaneamente nei due sistemi di coordinate, senza alcuna altra operazione [5] [6]**

●  $z = 0.6 + j1.2$



●  $y = 0.333 - j0.666$

$$y = \frac{1}{z}$$

## USO CARTA AMMETTENZE - Esempio

Una linea lunga  $l = 0.33 \lambda$  di impedenza caratteristica  $Z_0 = 50 \Omega$  è chiusa su un carico  $Y_L = 0.04 + j 0.02 \text{ S}$ .  
Calcolare l'ammettenza di ingresso.

-----

Impedenza caratteristica  $Z_0$  ed ammettenza caratteristica  $Y_0$  :

$$Y_0 = 1/Z_0 = 0.02$$

che, normalizzata, diviene:

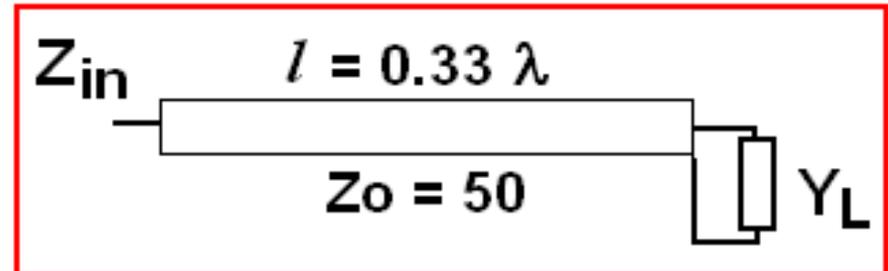
$$y_0 = Y_0 \cdot 50 = 1$$

Ammettenza del carico:

$$Y_L = 0.04 + j 0.02$$

che, normalizzata, diviene :

$$y_L = Y_L \cdot 50 = 2 + j 1$$



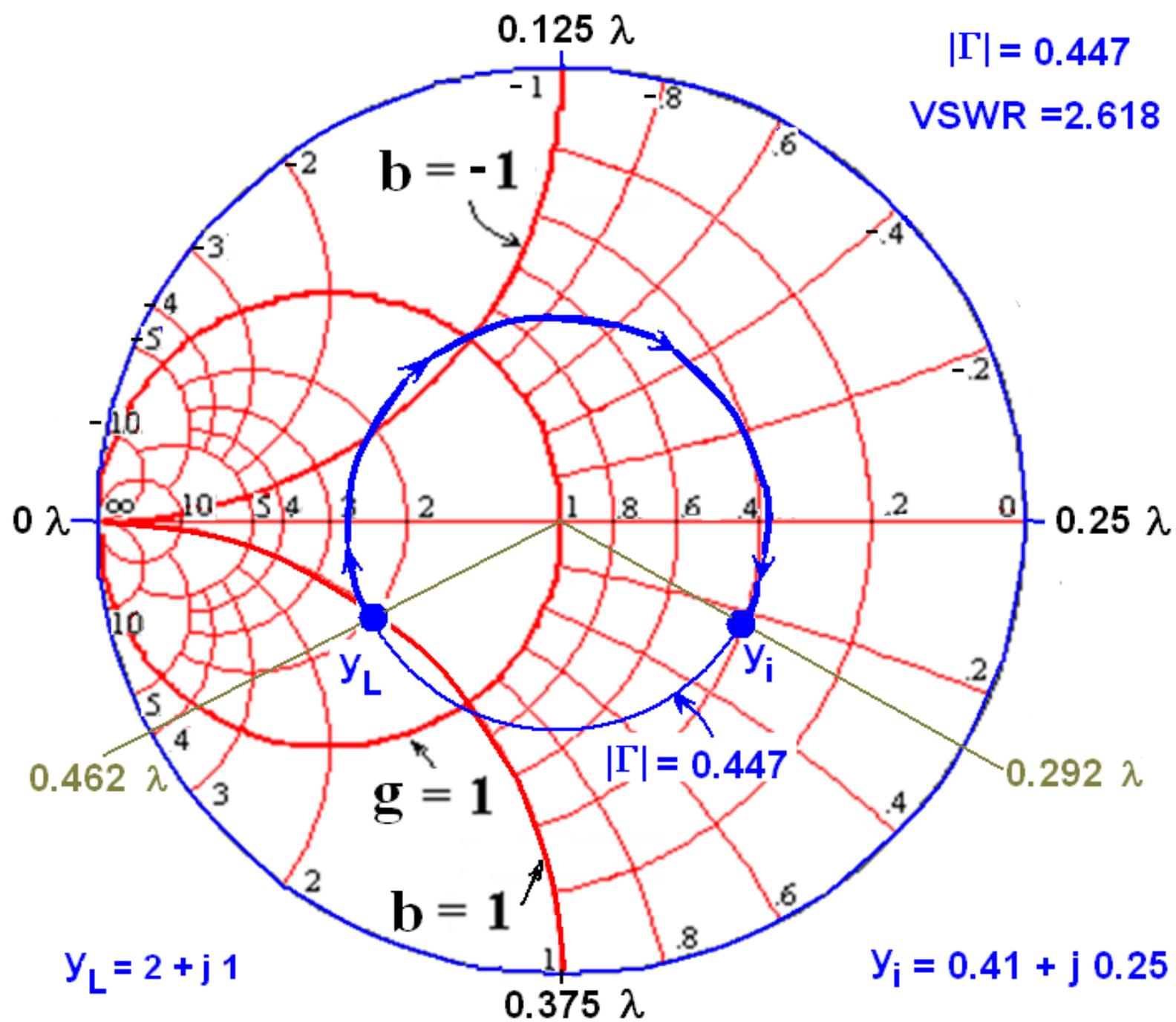
Il coefficiente di riflessione è:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -0.5 - j 0.2 \quad |\Gamma| = 0.447$$

Il VSWR è :

$$\text{VSWR} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = 2.618$$

L'ammettenza di ingresso si trova partendo da  $y_L$ , con spostamento in senso orario (verso il generatore), su circonferenza  $|\Gamma| = \text{costante}$ , della quantità  $l = 0.33 \lambda$  letta sulla scala delle lunghezze d'onda sul bordo della Carta di Smith.



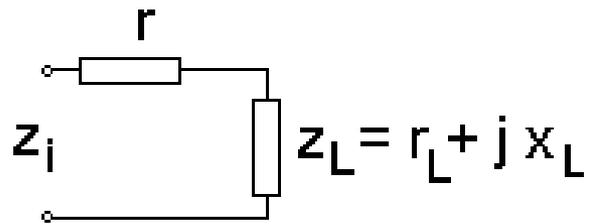
Si arriva al punto  $y_i$  di coordinate:

$$y_i = 0.41 + j 0.25$$

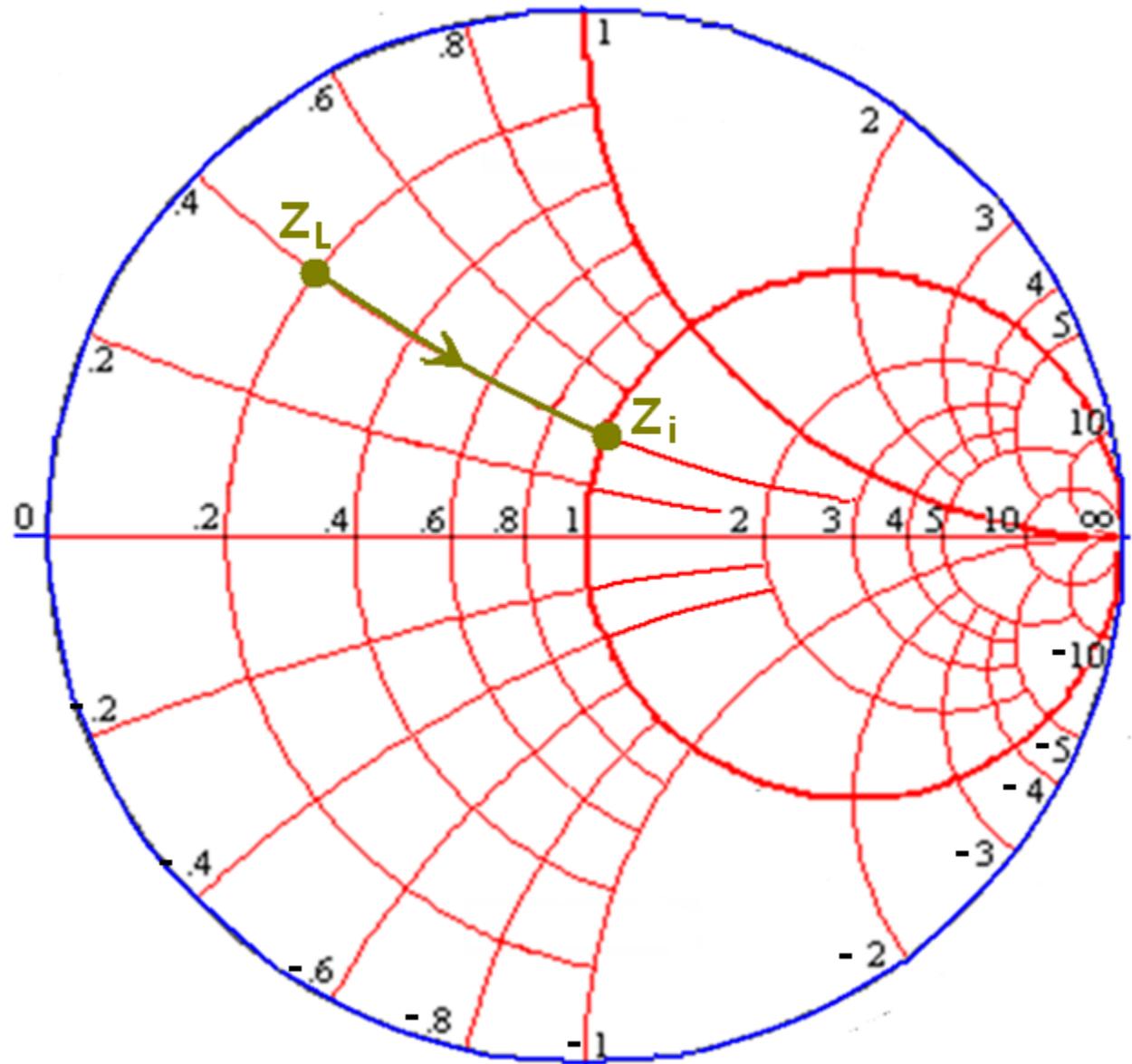
e, denormalizzando, si ottiene la ammettenza di ingresso:

$$Y_i = y_i / 50 = 8.2 + j 5 \text{ mil S}$$

# SPOSTAMENTO A x COSTANTE



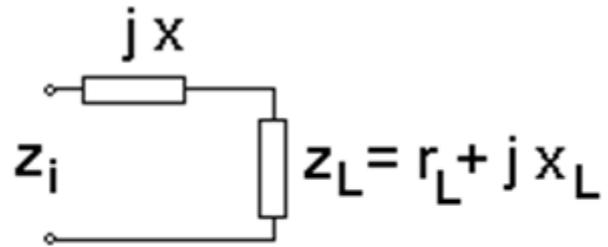
$$z_i = (r + r_L) + jx_L$$



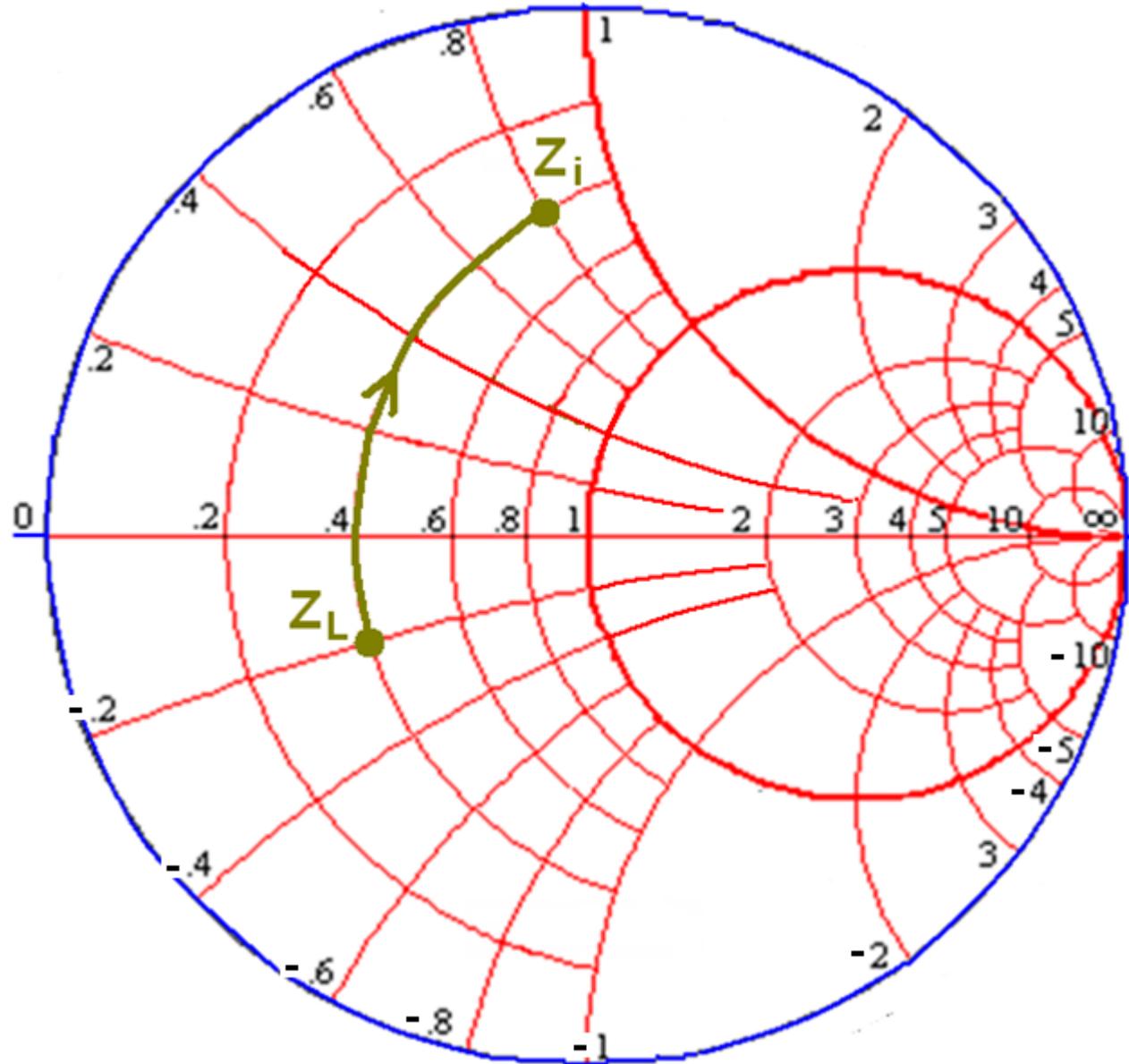
$$z_L = 0.2 + j0.4$$

$$z_i = 1.0 + j0.4$$

# SPOSTAMENTO A r COSTANTE



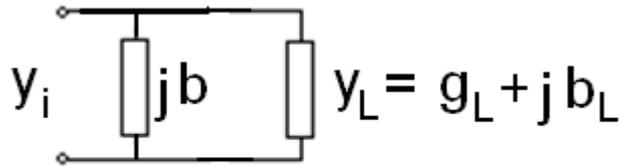
$$z_i = r_L + j(X + X_L)$$



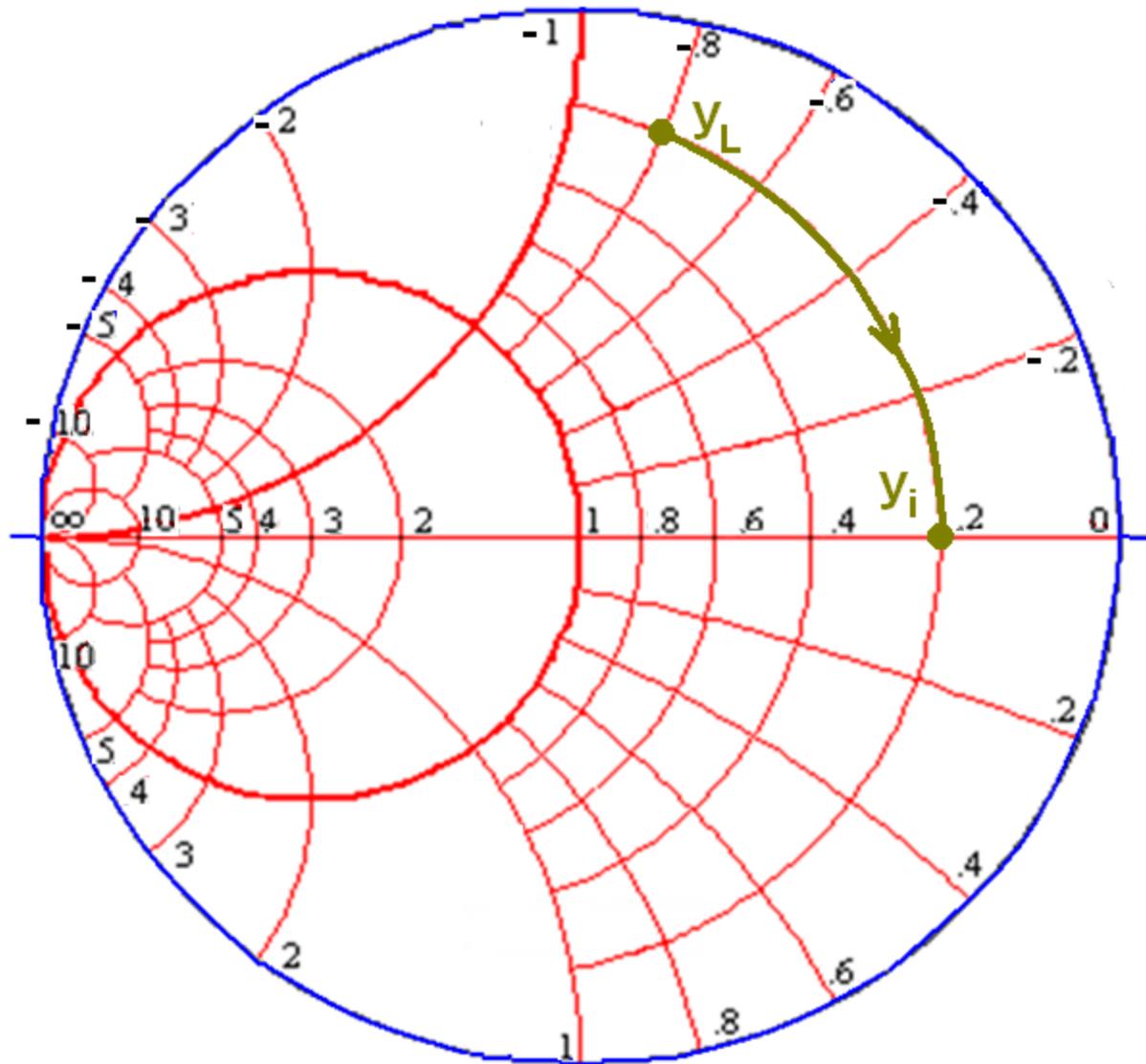
$$z_L = 0.4 - j0.2$$

$$z_i = 0.4 + j0.8$$

# SPOSTAMENTO A g COSTANTE



$$y_i = g_L + j(b + b_L)$$

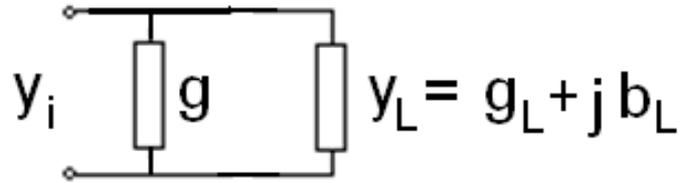


$$y_L = 0.2 - j 0.8$$

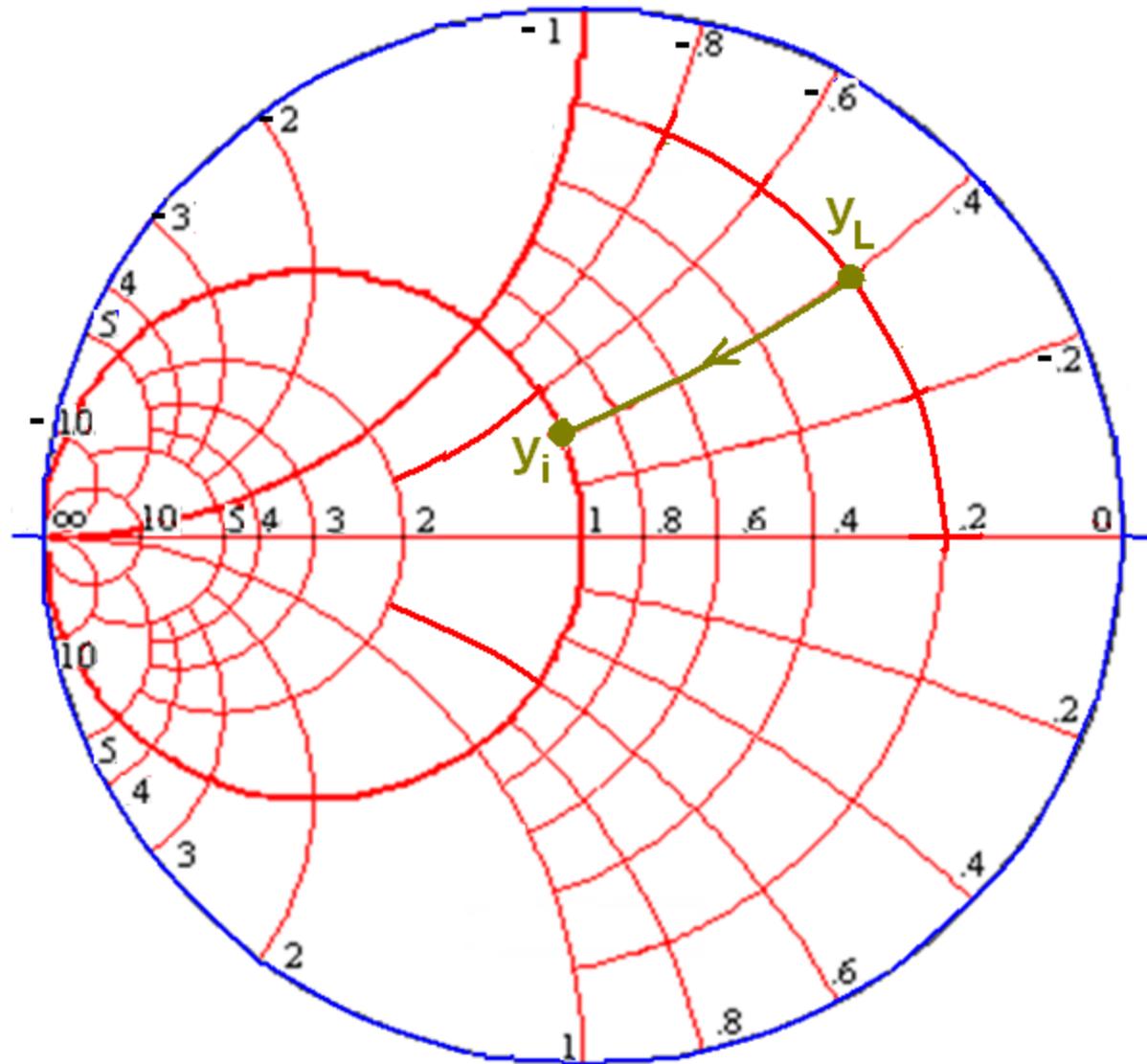
$$b = +j 0.8$$

$$y_i = 0.2 + j 0$$

# SPOSTAMENTO A b COSTANTE



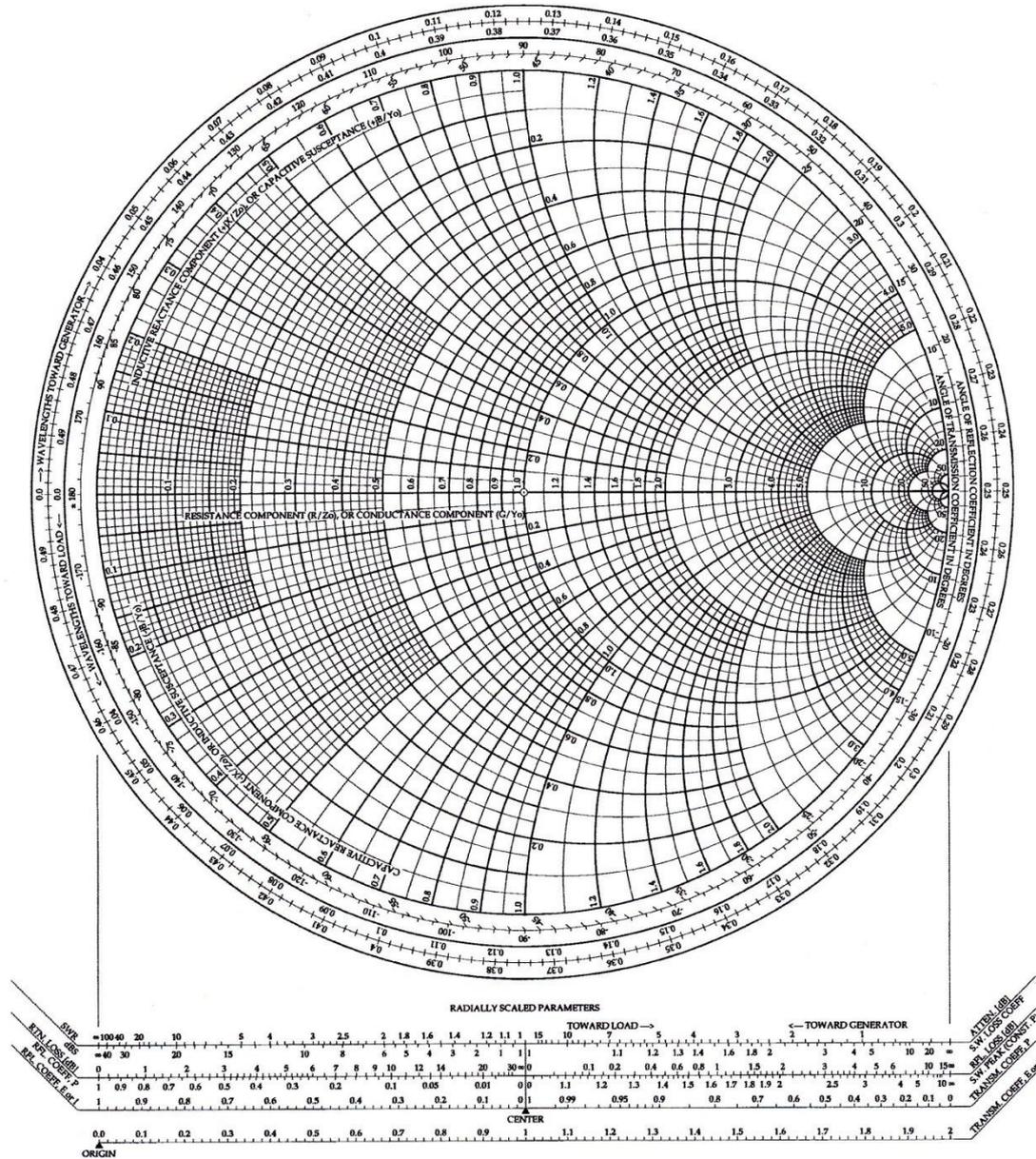
$$y_i = (g + g_L) + j b_L$$



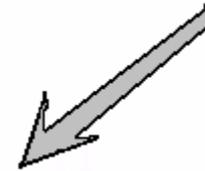
$$y_L = 0.2 - j 0.4$$

$$y_i = 1.0 - j 0.4$$

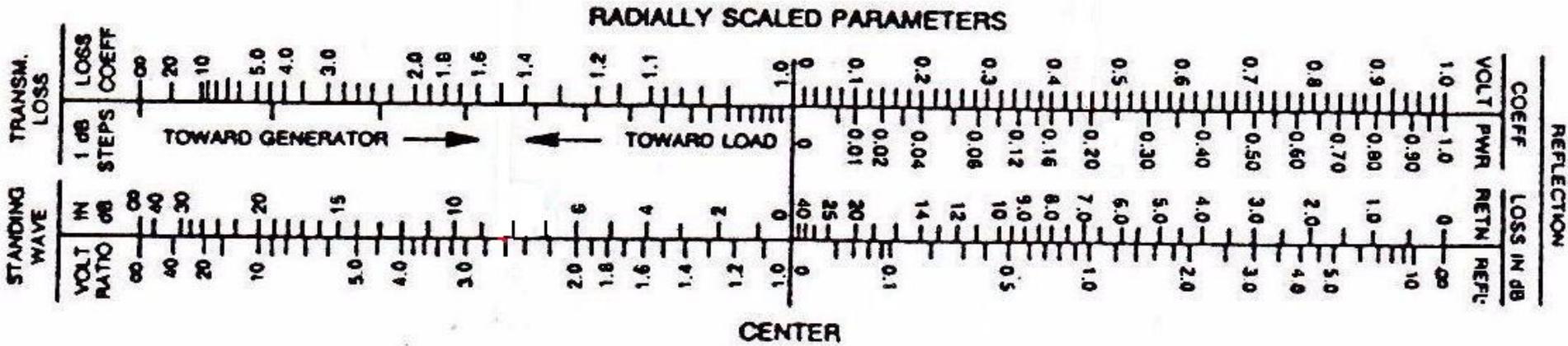
# Smith Chart



Alla base della  
Carta di Smith...



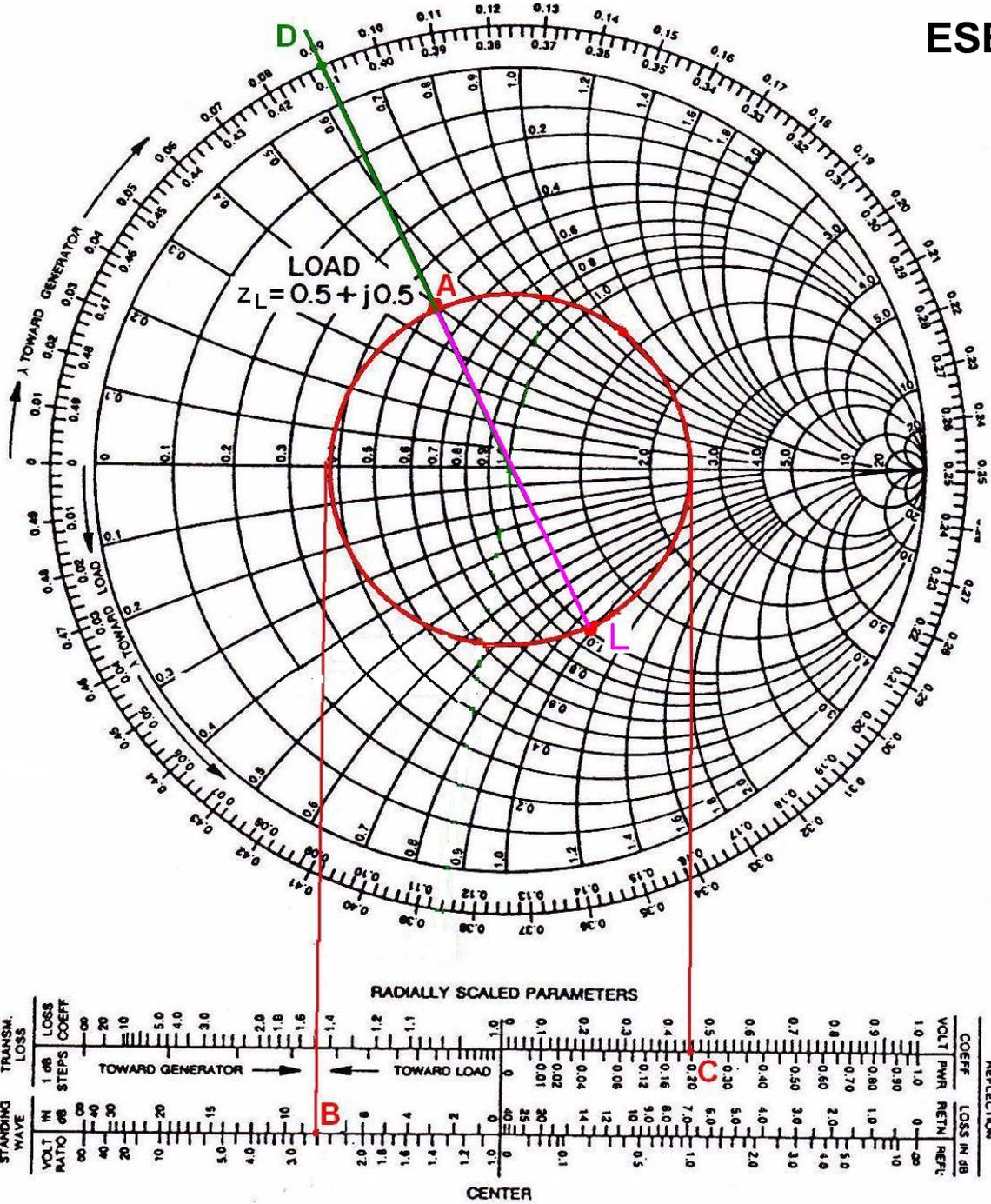
Alla base (o, comunque, a fianco) della Carta di Smith sono presenti altre scale che riportano grandezze utili quali: coefficiente di riflessione, VSWR, Transmission Loss. ecc..

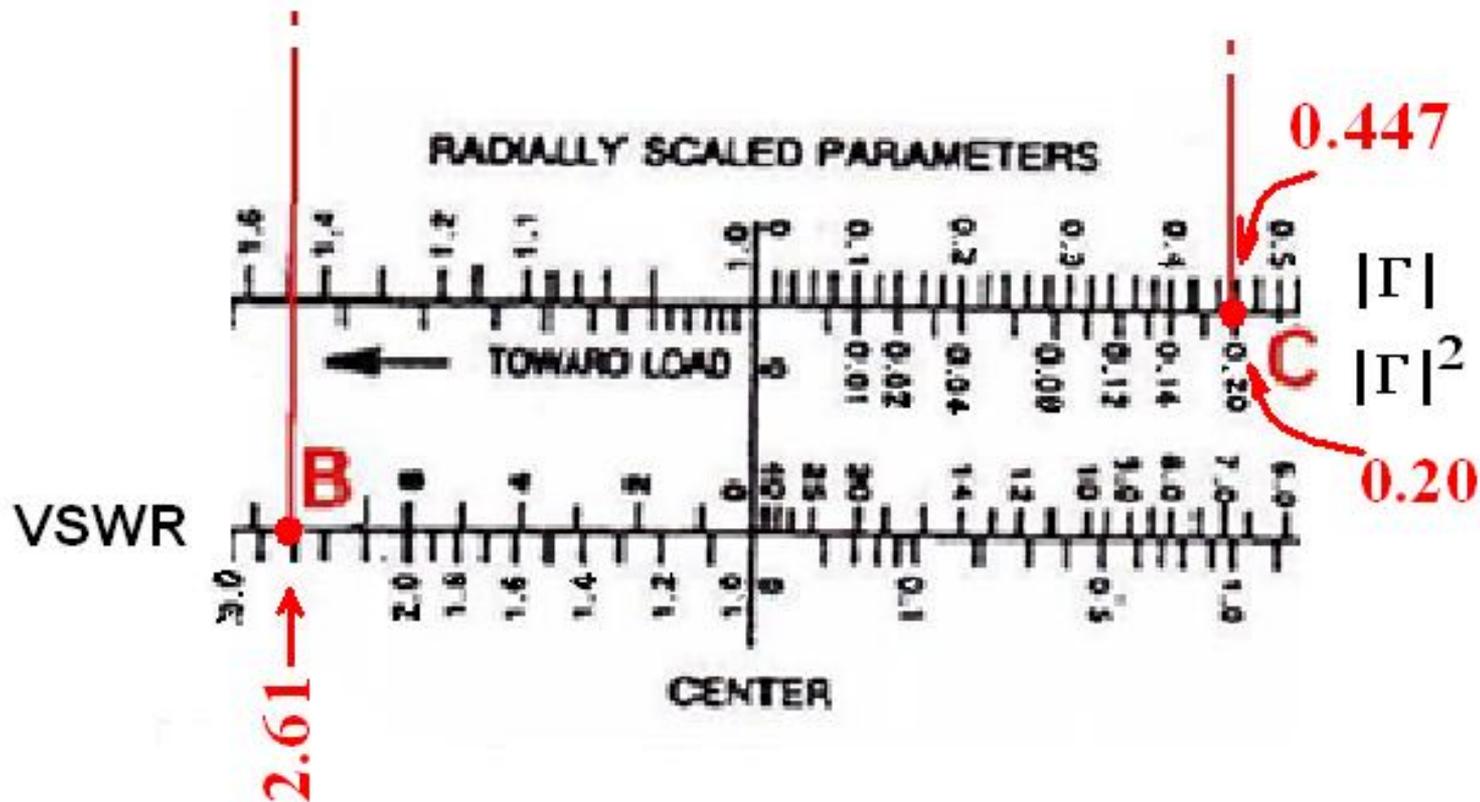


Esempio:

# ESEMPIO – trovare $\Gamma$ e VSWR

Il carico  $Z_L = 25 + j 25$  alimentato da linea di  $Z_0=50 \Omega$  (senza attenuazione) è, prima di tutto, normalizzato. Diviene:  $z_L = 0.5 + j 0.5$  ed è rappresentato sulla Carta col punto A. Si traccia la circonferenza dal centro della Carta per A: è il luogo dei punti che può vedere l'ingresso della linea a seconda della sua lunghezza. Si disegna la tangente che interseca la scala del **coefficiente di riflessione** in C ed il **VSWR** in B.

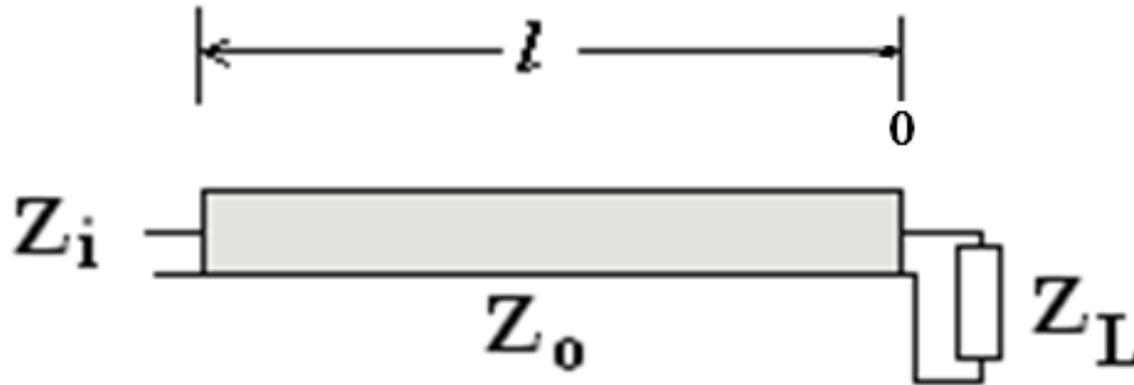




Sulla scala STANDING WAVE si può notare che il VSWR della linea (punto B) è  $VSWR = 2.618$  ed è costante in ogni punto della linea stessa, supposto che la sua attenuazione sia trascurabile.

Sulla scala REFLECTION COEFF - VOLT si trova il valore del coefficiente di riflessione  $|\Gamma| = 0.447$  (punto C). Sulla adiacente scala REFLECTION COEFF - PWR si nota che il valore del coefficiente di riflessione in potenza è  $|\Gamma|^2 = 0.20$ , indicante che il 20% della potenza incidente è riflesso dal carico non adattato.

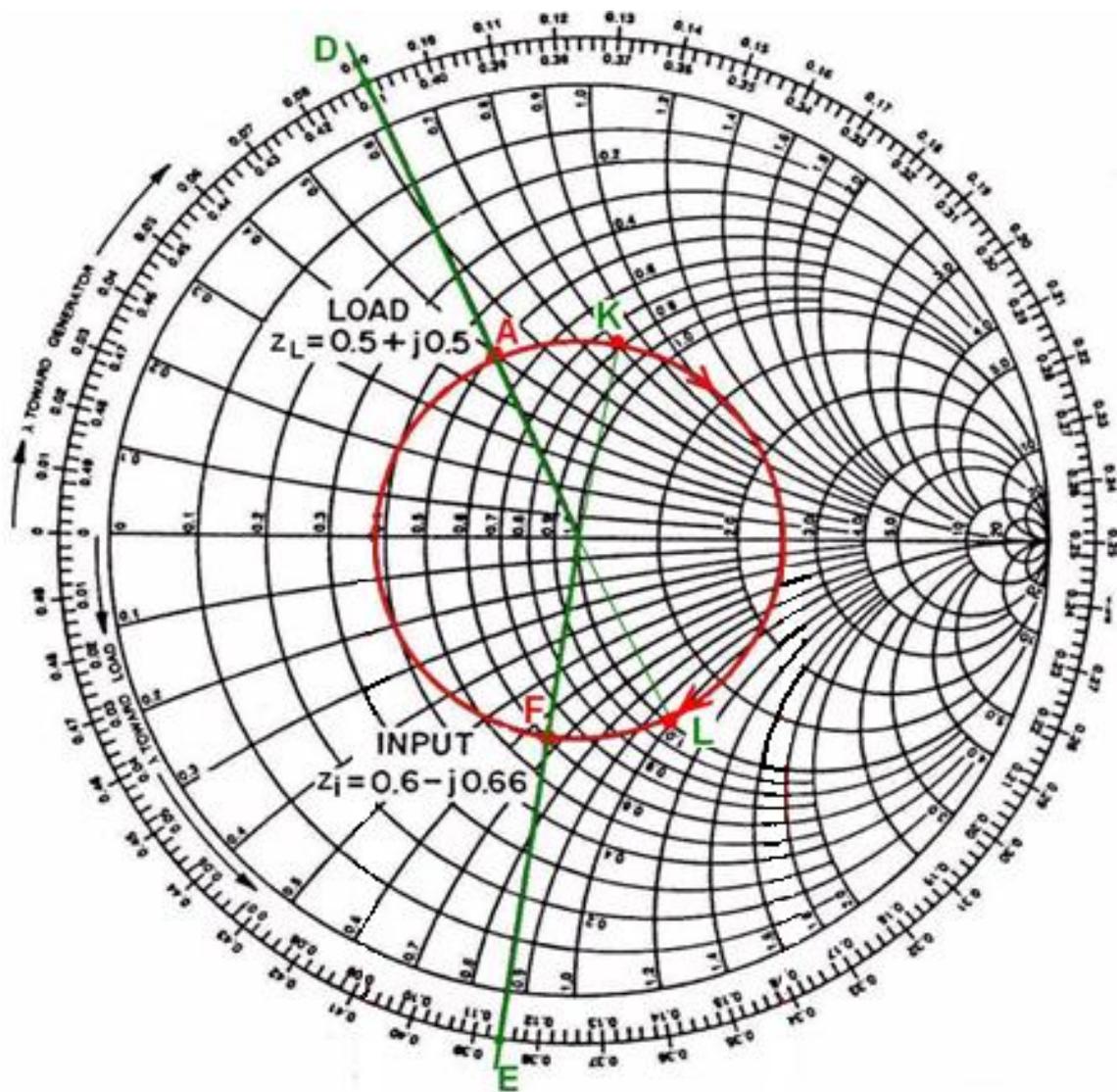
## Esempio



Con carico  $Z_L = 25 + j25 \, \Omega$  si utilizzi una linea di  $Z_0 = 50 \, \Omega$  e di lunghezza  $l = 0.3\lambda$ .

Qual è la sua impedenza d'ingresso  $Z_i$  ?

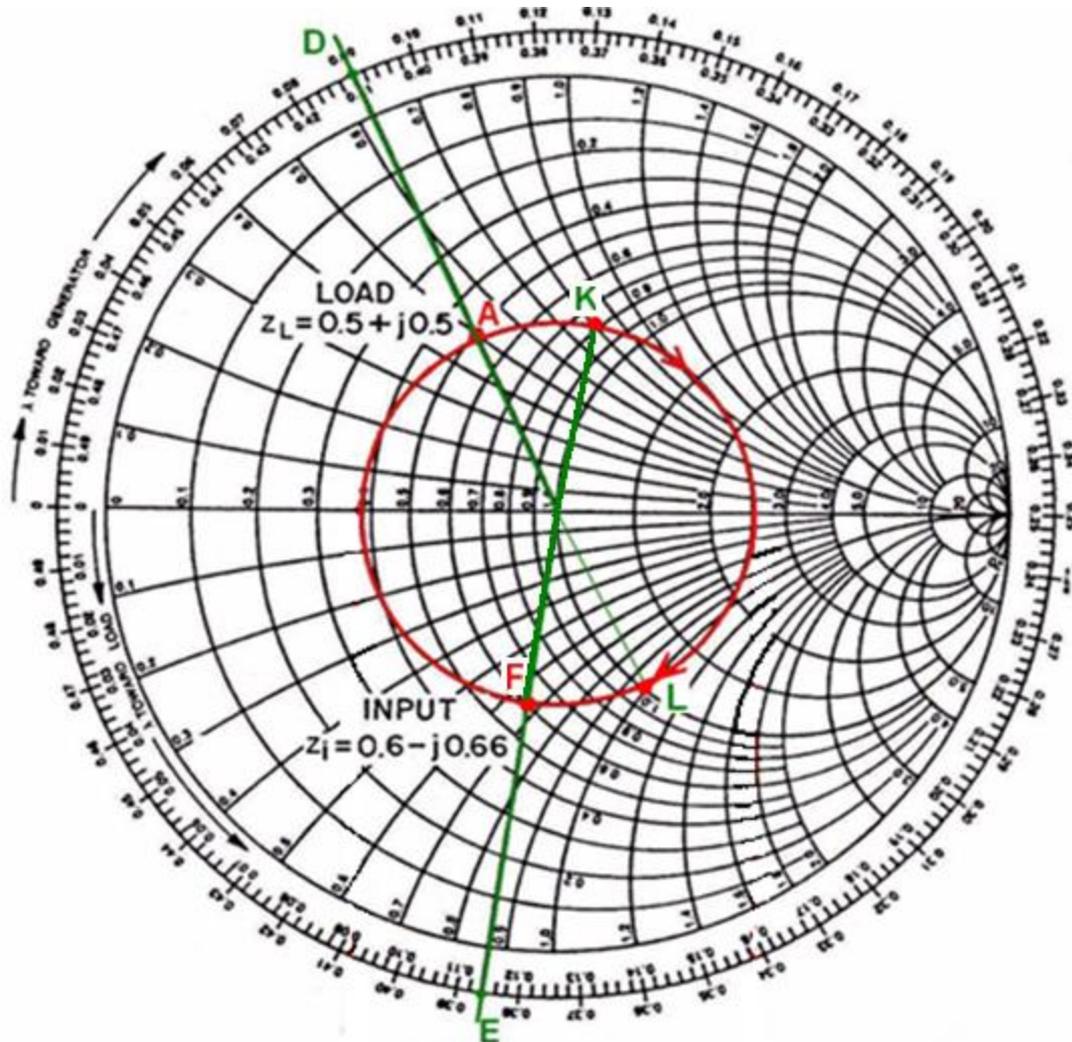
Si tracci una linea che parte dal centro ( $z = 1 + j0$ ) e passante per A (impedenza del carico); questa intercetta il cerchio più esterno (delle lunghezze d'onda  $\lambda$ ) al valore  $0.088 \lambda$  (punto D), valore che viene preso come riferimento.



Per ottenere il valore dell'impedenza d'ingresso della linea (lunga  $0.3 \lambda$ ) occorre ruotare la linea passante per D precedentemente ottenuta di  $0.3 \lambda$  "verso il generatore" ovvero "TOWARD GENERATOR". Ciò è ottenuto aggiungendo  $0.3$  al valore di riferimento ( $0.088$ ); basta cercare il valore  $0.3 + 0.088 = 0.388$  sulla scale delle  $\lambda$  TOWARD GENERATOR (punto E).

Si individua, così, il punto E con la linea passante per il centro che interseca la circonferenza di VSWR costante ( $2.618$  nell'esempio) nel punto F. Il punto F individua l'impedenza d'ingresso normalizzata. ( $z_i = 0.6 - j 0.66$ ).

Il valore di  $z_i$  normalizzato, una volta moltiplicato per l'impedenza  $Z_0$  di normalizzazione, permette di ottenere il valore dell'impedenza d'ingresso della linea:  $Z_i = 30 - j 33 \Omega$



Il punto **K**, diametralmente opposto al punto **F** (impedenza d'ingresso), è l'ammettenza di ingresso.

$$z_i = 0.6 - j 0.66 \quad (\text{F})$$

$$y_i = 1/z = 0.754 + j 0.830 \quad (\text{K})$$

Il punto **L** è l'ammettenza del carico.

Si può osservare che, nell'esempio, l'impedenza reattiva induttiva del carico viene trasformata, all'ingresso della linea, in un'impedenza reattiva capacitiva.

# TRASFORMAZIONE DI MÖBIUS

Il coefficiente di riflessione  $\Gamma$  e l'impedenza normalizzata  $z$  sono legati dalle relazioni:

$$\Gamma = \frac{z - 1}{z + 1}$$

$$z = -\frac{\Gamma + 1}{\Gamma - 1}$$

RESISTENZA E REATTANZA NORMALIZZATA IN FUNZIONE DELLA PARTE REALE ED IMMAGINARIA DEL COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE

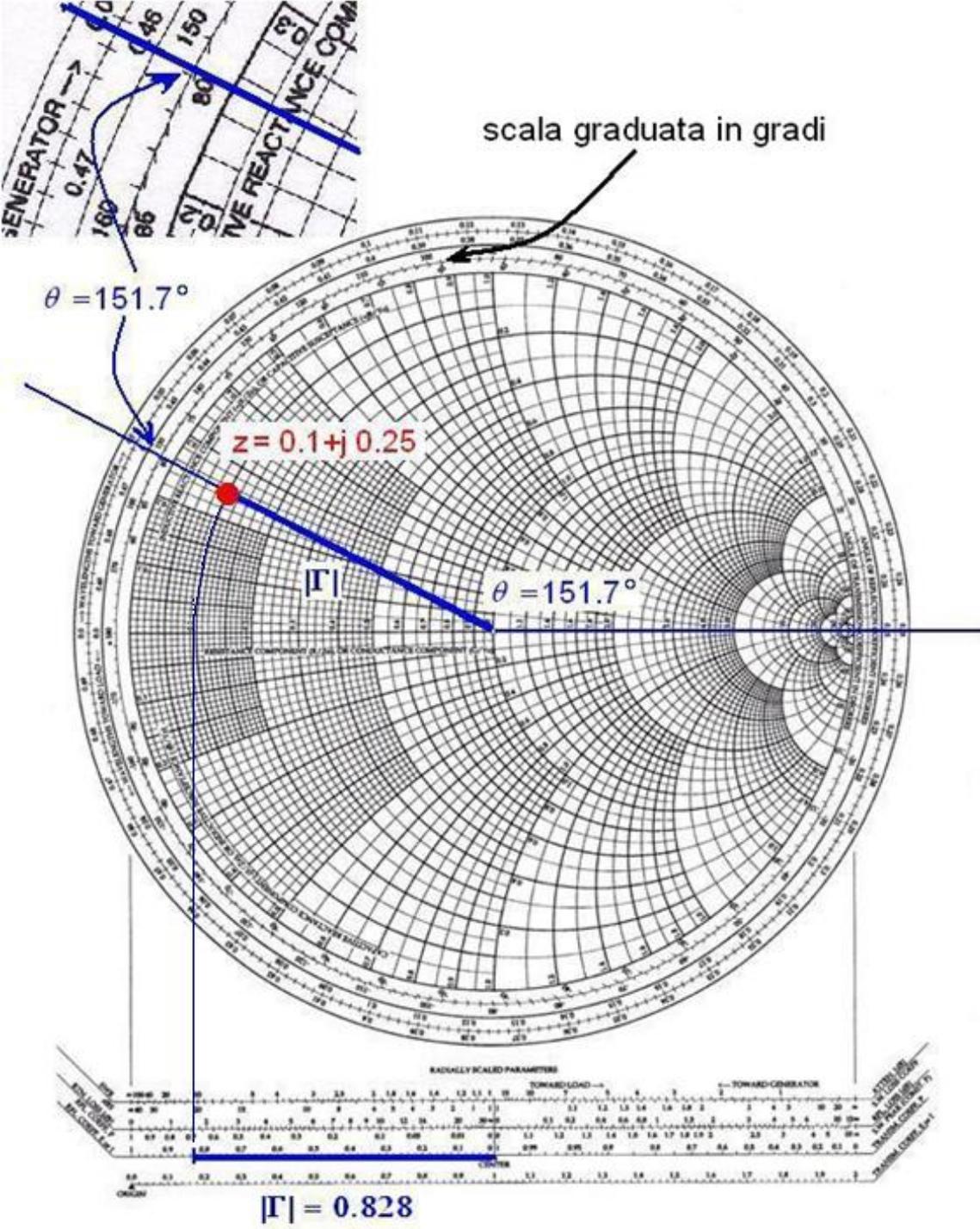
$$r = \frac{1 - \Gamma_R^2 - \Gamma_I^2}{(1 - \Gamma_R)^2 + \Gamma_I^2}$$

$$x = \frac{2\Gamma_I}{(1 - \Gamma_R)^2 + \Gamma_I^2}$$

CIRCONFERENZE DI RESISTENZA E REATTANZA NORMALIZZATE  
IN FUNZIONE DEL COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE  
(PARTE REALE  $\Gamma_R$  E IMMAGINARIA  $\Gamma_I$ )

$$\left( \Gamma_R - \frac{r}{r+1} \right)^2 + \Gamma_I^2 = \left( \frac{1}{r+1} \right)^2$$

$$\left( \Gamma_R - 1 \right)^2 + \left( \Gamma_I - \frac{1}{x} \right)^2 = \left( \frac{1}{x} \right)^2$$



**I coefficienti di riflessione di un dispositivo possono essere facilmente trasformati nelle corrispondenti impedenze di ingresso e di uscita**

La distanza radiale del punto  $z$  dal centro della Carta, da misurarsi sulla scala in basso del voltage reflection coefficient, a partire dallo 0, dà il modulo  $|\Gamma|$ .

L'argomento di  $\Gamma$  è dato dall'angolo della semiretta tracciata dal centro per il punto  $z$  e l'asse reale a destra.

**Esempio:**

Se  $z = 0.1 + j 0.25$  , il coefficiente di riflessione è :

$$\Gamma = \frac{z - 1}{z + 1} = \frac{(0.1 + j 0.25) - 1}{(0.1 + j 0.25) + 1} = -0.729 + j 0.393$$

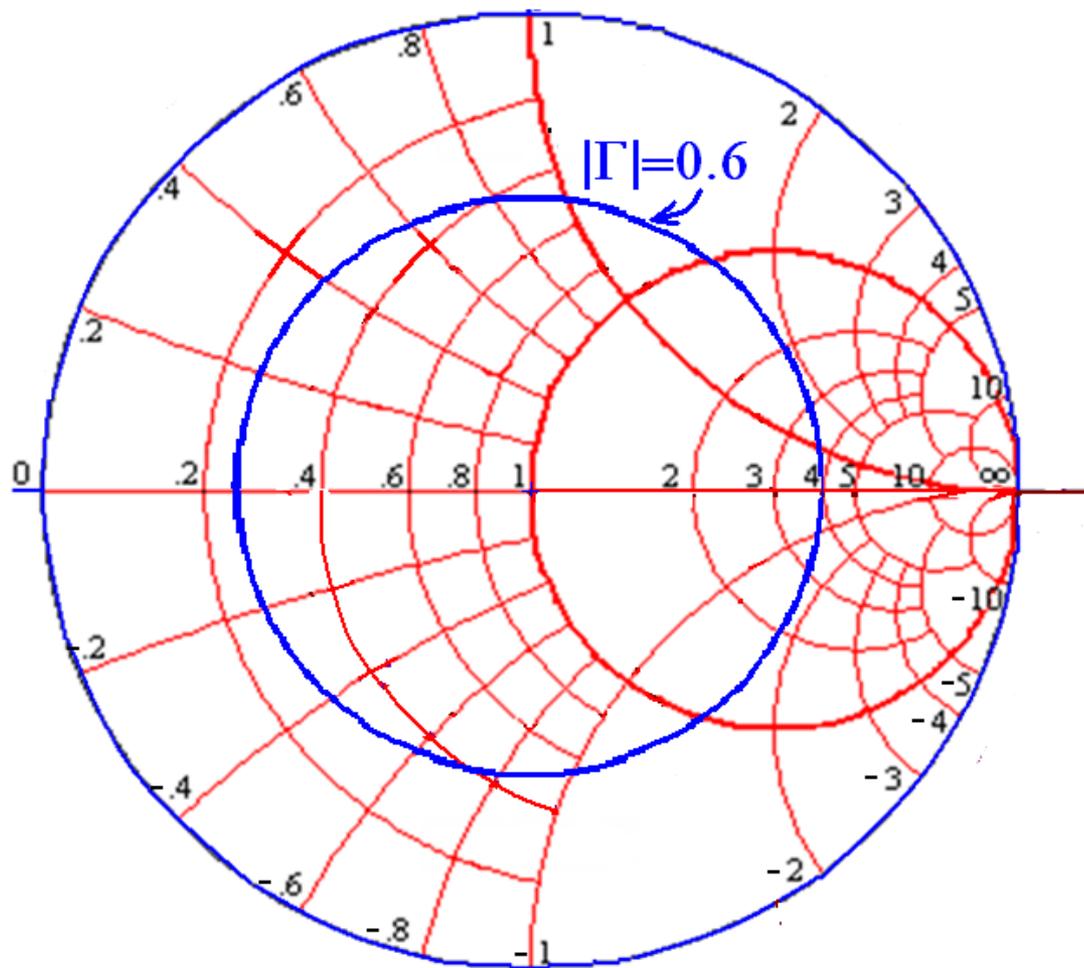
$$|\Gamma| = 0.828$$

Viceversa, se  $\Gamma = -0.729 + j 0.393$ , la impedenza normalizzata è:

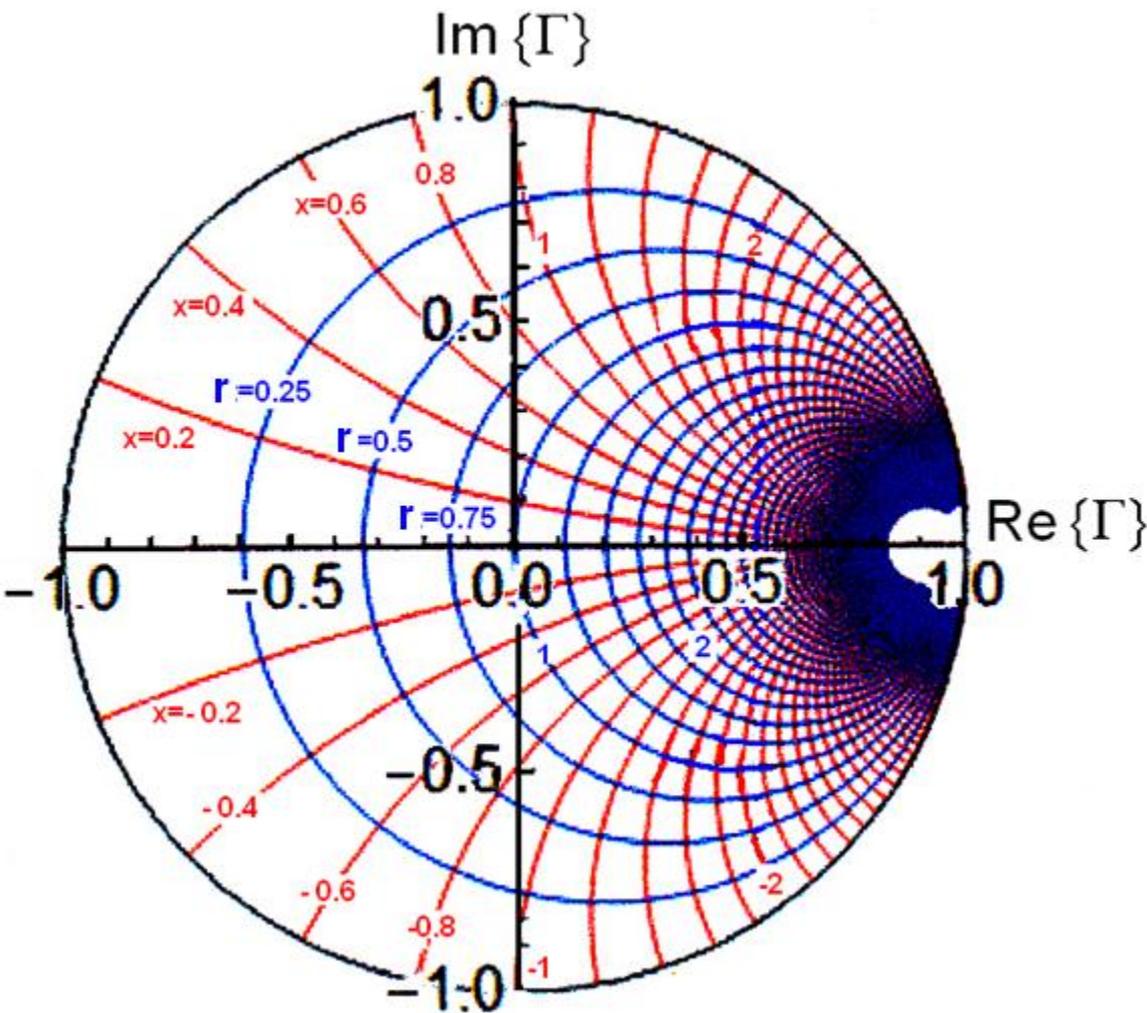
$$z = -\frac{\Gamma + 1}{\Gamma - 1} = -\frac{(-0.729 + j 0.393) + 1}{(-0.729 + j 0.393) - 1} = 0.1 + j 0.25$$

$$|z| = 0.269$$

La trasformazione di Möbius non vale per i moduli dato che ad un certo valore di  $|\Gamma|$  corrispondono infiniti valori di  $z$ .



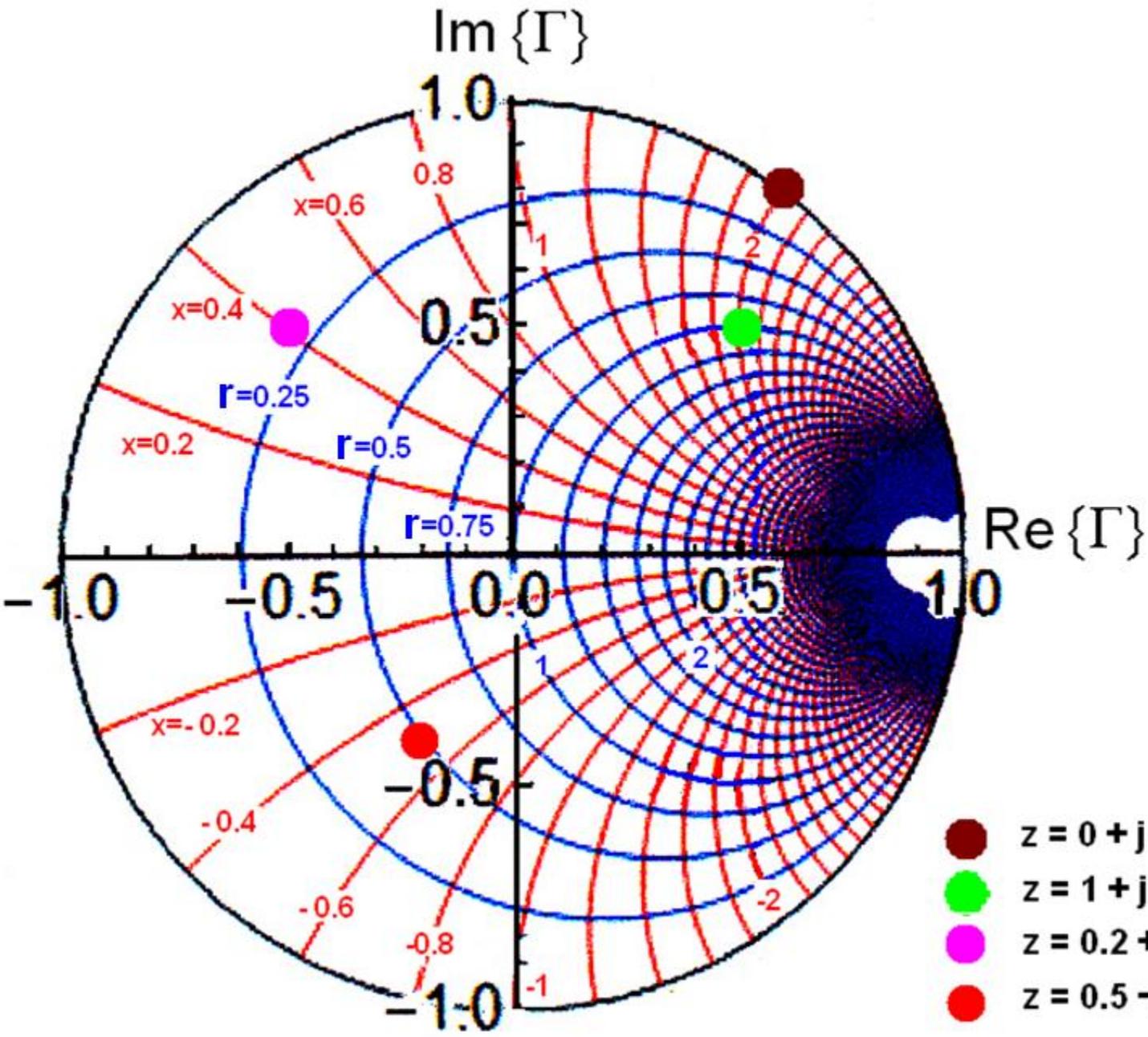
La trasformazione di Möbius consente di mappare il coefficiente di riflessione in funzione di  $z$ .



Per  $R$  positive il coefficiente di riflessione è contenuto nel cerchio di raggio  $|\Gamma|=1$  e centro in  $0.0$  e può variare, sull'asse reale, da  $-1$  a  $+1$ .

Per  $R$  negative il coefficiente di riflessione diviene in modulo maggiore di  $1$  e la sua rappresentazione si estende al di fuori del cerchio 'canonico' di raggio unitario.

# ESEMPI



- |   |                   |                         |
|---|-------------------|-------------------------|
|  | $z = 0 + j 2$     | $\Gamma = 0.6 + j 0.8$  |
|  | $z = 1 + j 2$     | $\Gamma = 0.5 + j 0.5$  |
|  | $z = 0.2 + j 0.4$ | $\Gamma = -0.5 + j 0.5$ |
|  | $z = 0.5 - j 0.5$ | $\Gamma = -0.2 - j 0.4$ |

# PARAMETRI S

Se il dispositivo è unilaterale ( $S_{12}=0$ ), i parametri  $S_{11}$  e  $S_{22}$  sono equivalenti al coefficiente di riflessione in tensione alla porta di ingresso e di uscita rispettivamente.

E' semplice, quindi, riportare i loro valori come coefficiente di riflessione nella Carta di Smith e risalire alla impedenza normalizzata di ingresso e di uscita.

$$S_{11} = \Gamma_i$$

$$S_{22} = \Gamma_L$$

ESEMPIO –

Il Maxim MAX2472 presenta, a 900 MHz, un S11 di modulo 0.6878 ed angolo  $\theta = -21.6^\circ$  (dai data sheet). Qual è l'impedenza d'ingresso del device?

Il calcolo dà:

$$S_{11} = |S_{11}| (\cos \theta + j \sin \theta) = 0.678 (\cos (-21.6) + j \sin (-21.6)) = 0.64 - j 0.253$$

Quindi:  $\Gamma = 0.64 - j 0.253$  (coefficiente di riflessione)

ed utilizzando la trasformazione di Möbius :

$$z = -(\Gamma + 1) / (\Gamma - 1) = 2.715 - j 2.61 \quad (\text{impedenza normalizzata})$$

pertanto l'impedenza di ingresso è:

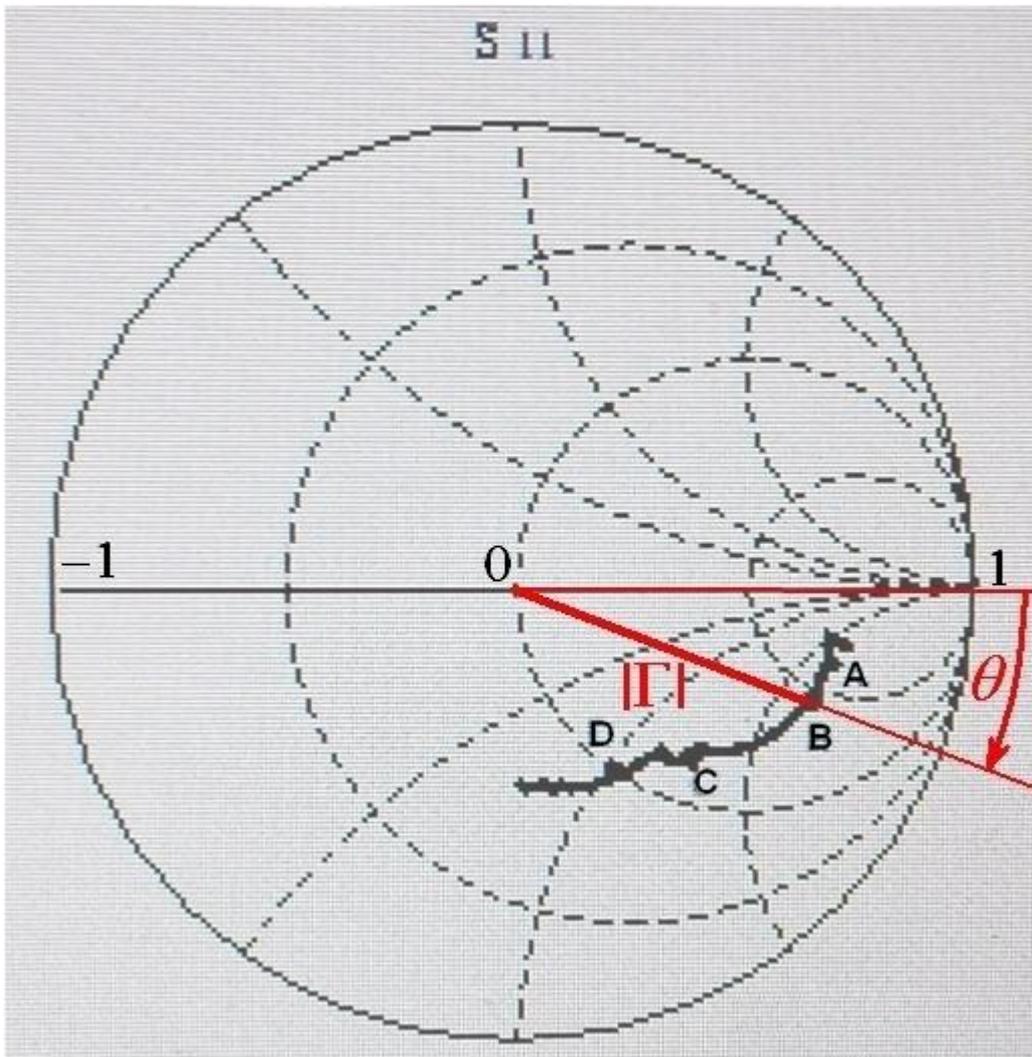
$$Z = 50 \cdot z = 135.7 - j 130.4 \quad \Omega$$

$S_{11}$ 

MAX 2472

 $S_{11}$ 

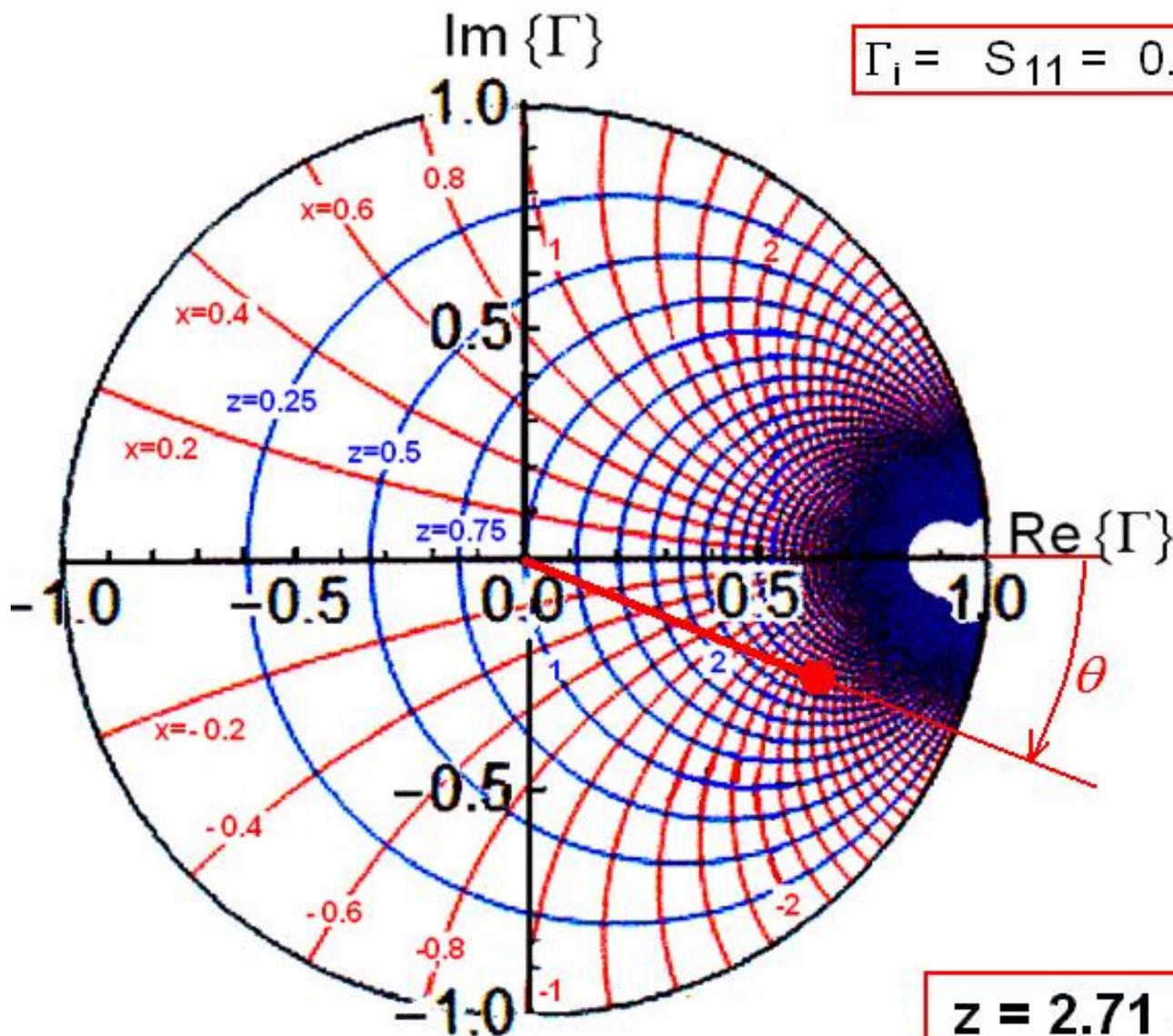
A	$f = 600$ MHz
B	$f = 900$ MHz
C	$f = 1900$ MHz
D	$f = 2400$ MHz



A 900 MHz il coefficiente di riflessione in ingresso (equivalente a  $S_{11}$ ) vale:

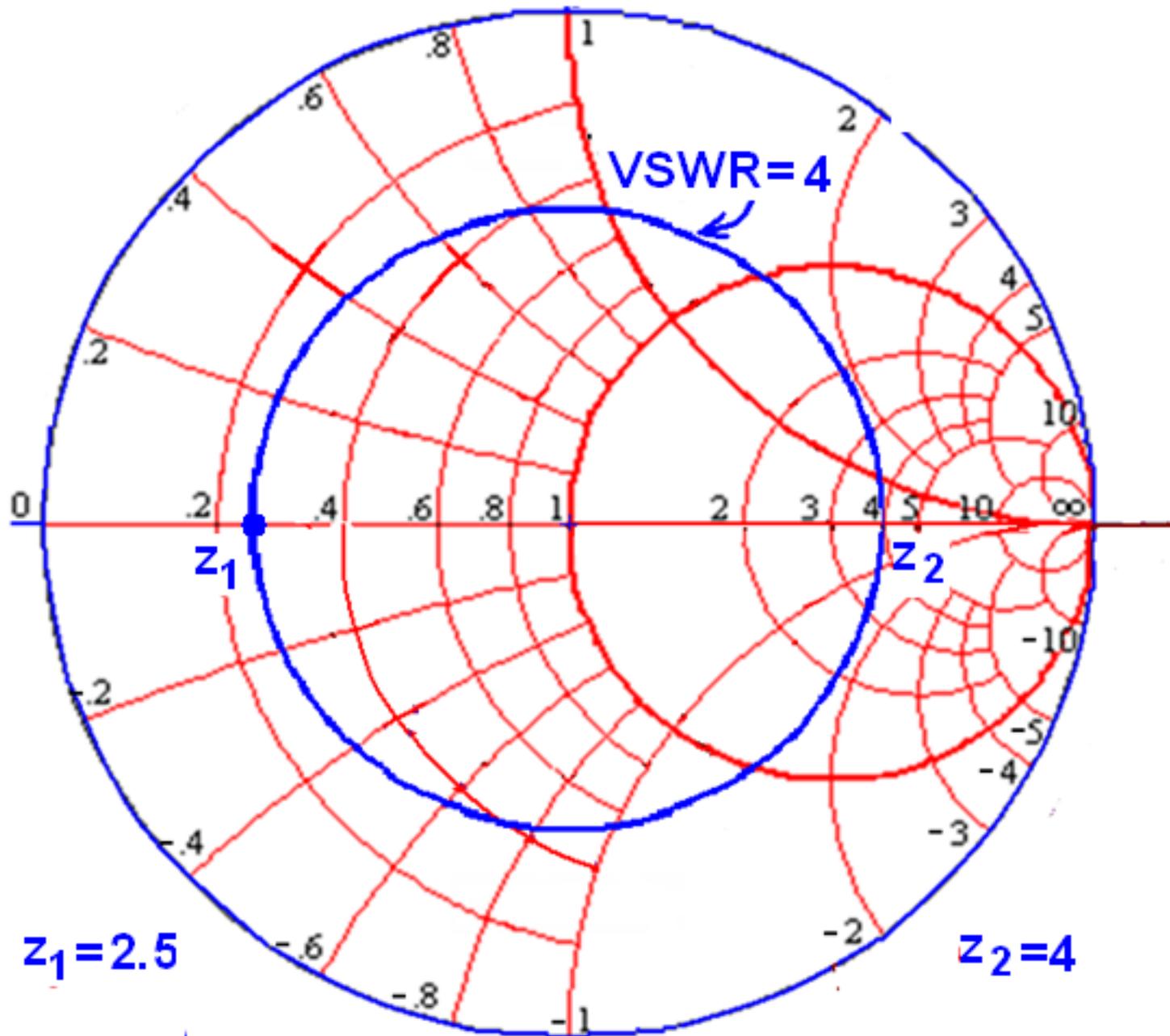
$$\Gamma_i = S_{11} = 0.6878 \angle -21.6^\circ$$

E' sufficiente riportare il punto nella Carta di Smith per avere l'impedenza  $z$  cercata.



$$\Gamma_i = S_{11} = 0.6878 \angle -21.6^\circ$$

$$z = 2.71 - j 2.61$$

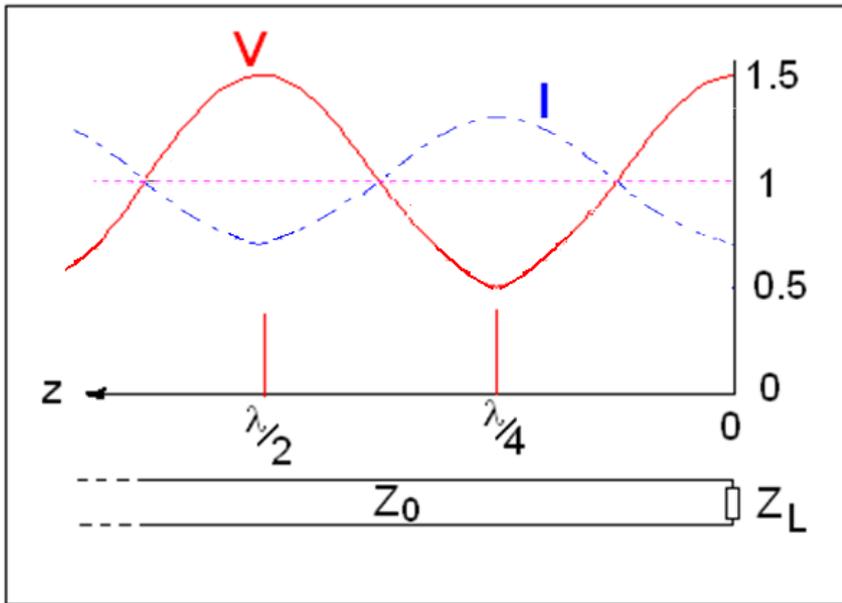


# NOTE

L'impedenza nella posizione di massimo o di minimo di tensione lungo una linea con ROS (senza attenuazione) è reale (resistiva) ed è uguale, rispettivamente, a  $z_1 = 1/VSWR$  e  $z_2 = VSWR$ .

Tra massimo e minimo di tensione c'è una distanza elettrica di  $\lambda/4$  ed i massimi e minimi si ripetono ogni  $\lambda/2$ .

## Massimi e minimi di tensione lungo la linea



$$Z_L = 150 \Omega$$

$$Z_0 = 50 \Omega$$

Come si può vedere con una attenta osservazione della disposizione dei minimi e massimi lungo la linea, la tensione cambia più velocemente presso i minimi di quanto faccia presso i massimi.

**La localizzazione sperimentale dei minimi può essere fissata con più precisione.**

# Conversione circuito-serie / circuito-parallelo

$$R_s = 10 \, \Omega$$

$$X_s = 20 \, \Omega$$

$$Z_0 = 50 \, \Omega$$

$$z = r_s + j x_s \quad z = 0.2 + j 0.4$$

$$Z = z \cdot 50$$

$$Z = 10 + j 20$$

$$y = \frac{1}{z}$$

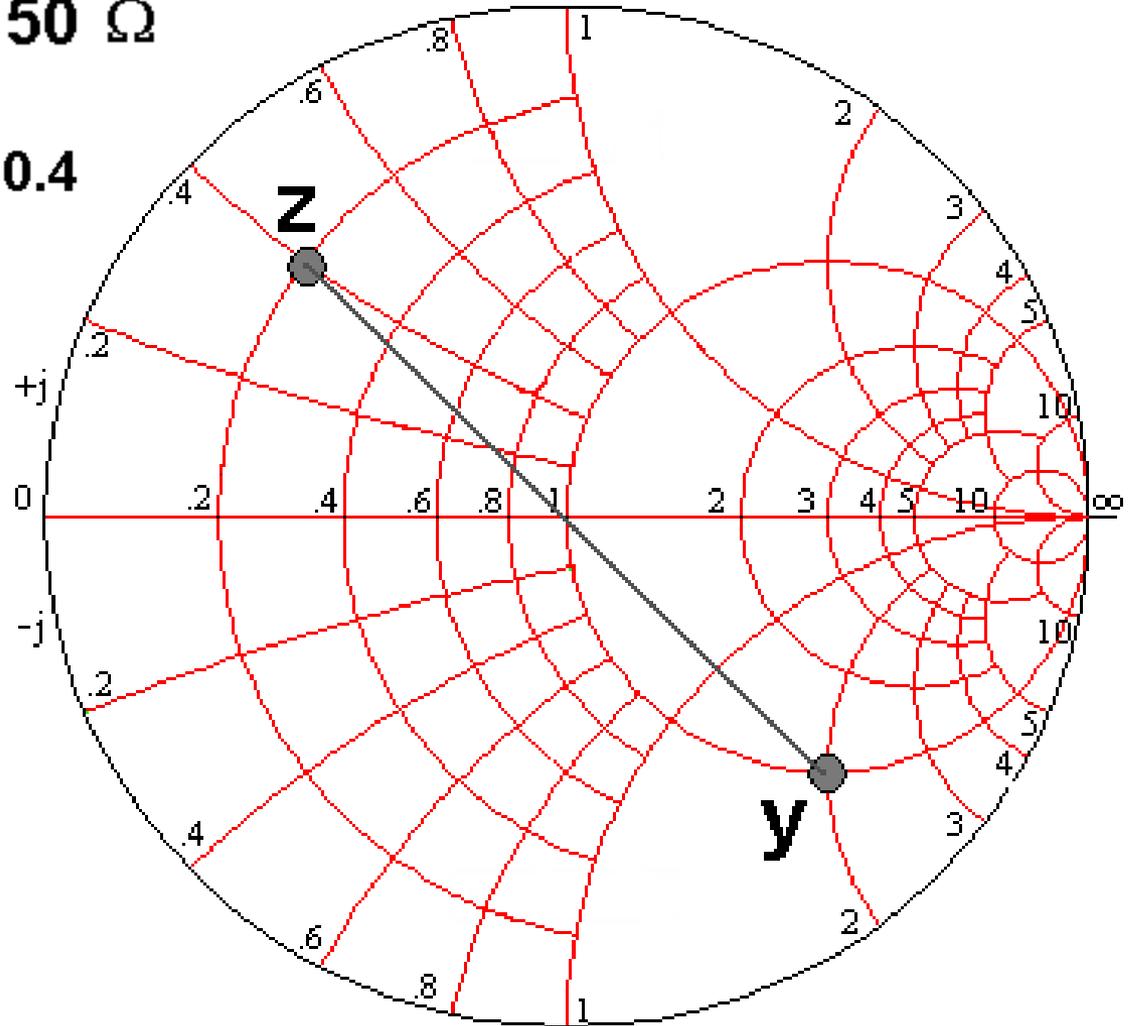
$$y = g - jb \quad y = 1 - j 2$$

$$Y = y / 50$$

$$Y = 0.02 - j 0.04$$

$$R_p = 1/G = 50 \, \Omega$$

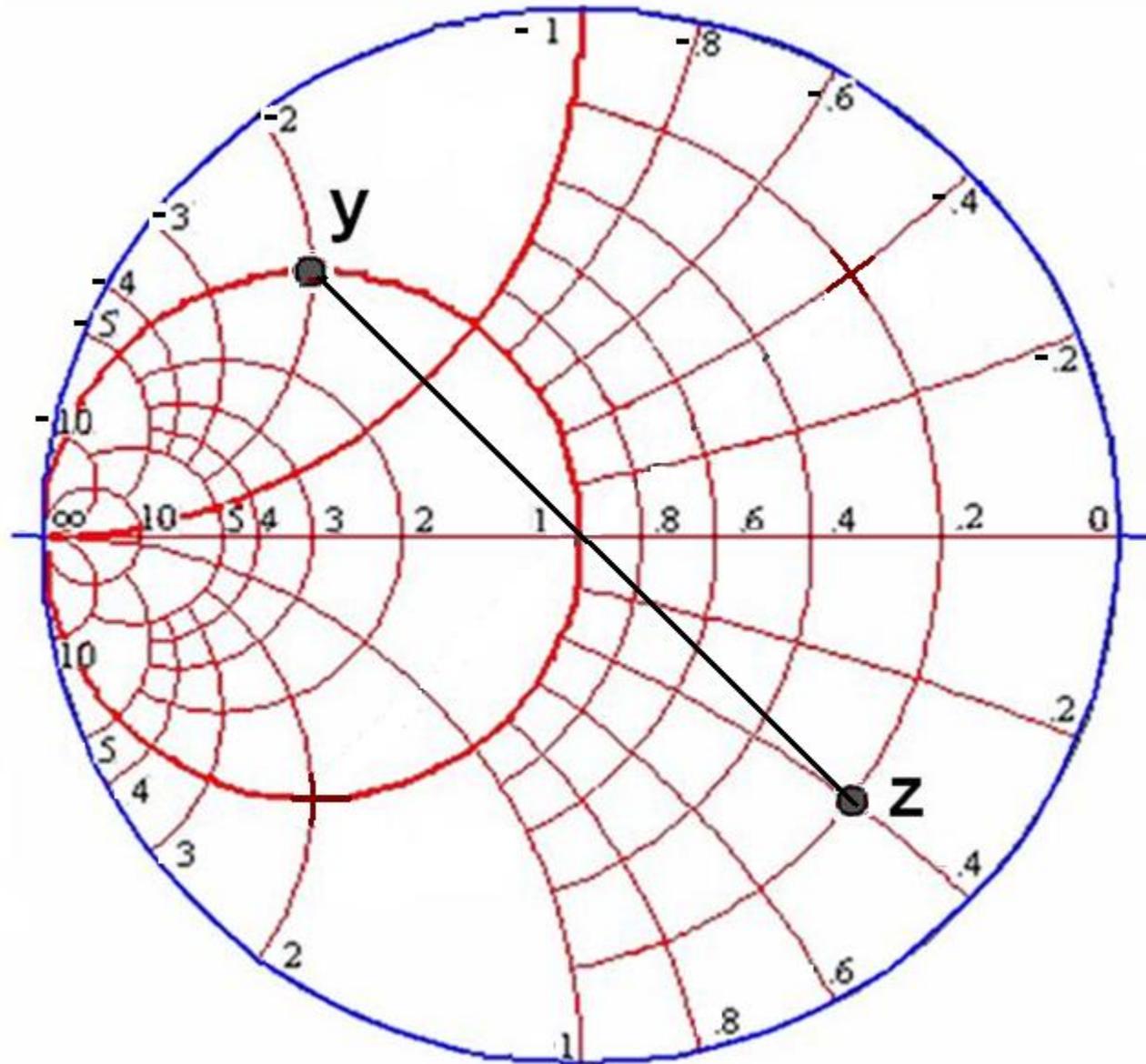
$$X_p = 1/B = 25 \, \Omega$$



# Conversione circuito-serie / circuito-parallelo

Il risultato è identico se si usa la Carta delle Ammettenze

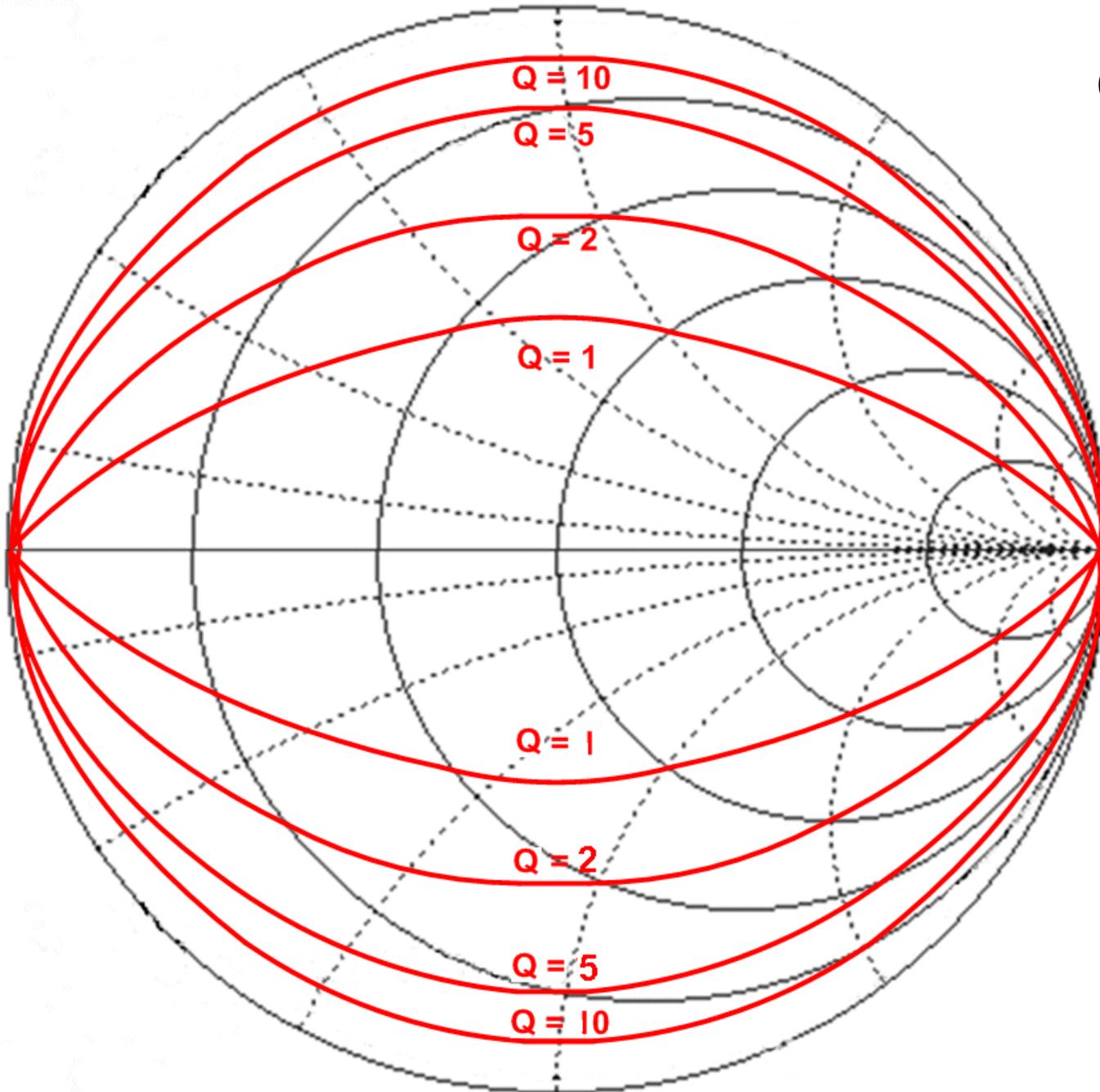
Usare sempre le coordinate della carta



$$y = 1 - j 2$$

$$z = 0.2 + j 0.4$$

# CARTA DEL Q



# CALCOLO DEL Q

Secondo la definizione:

$$R_s = 10 \Omega$$

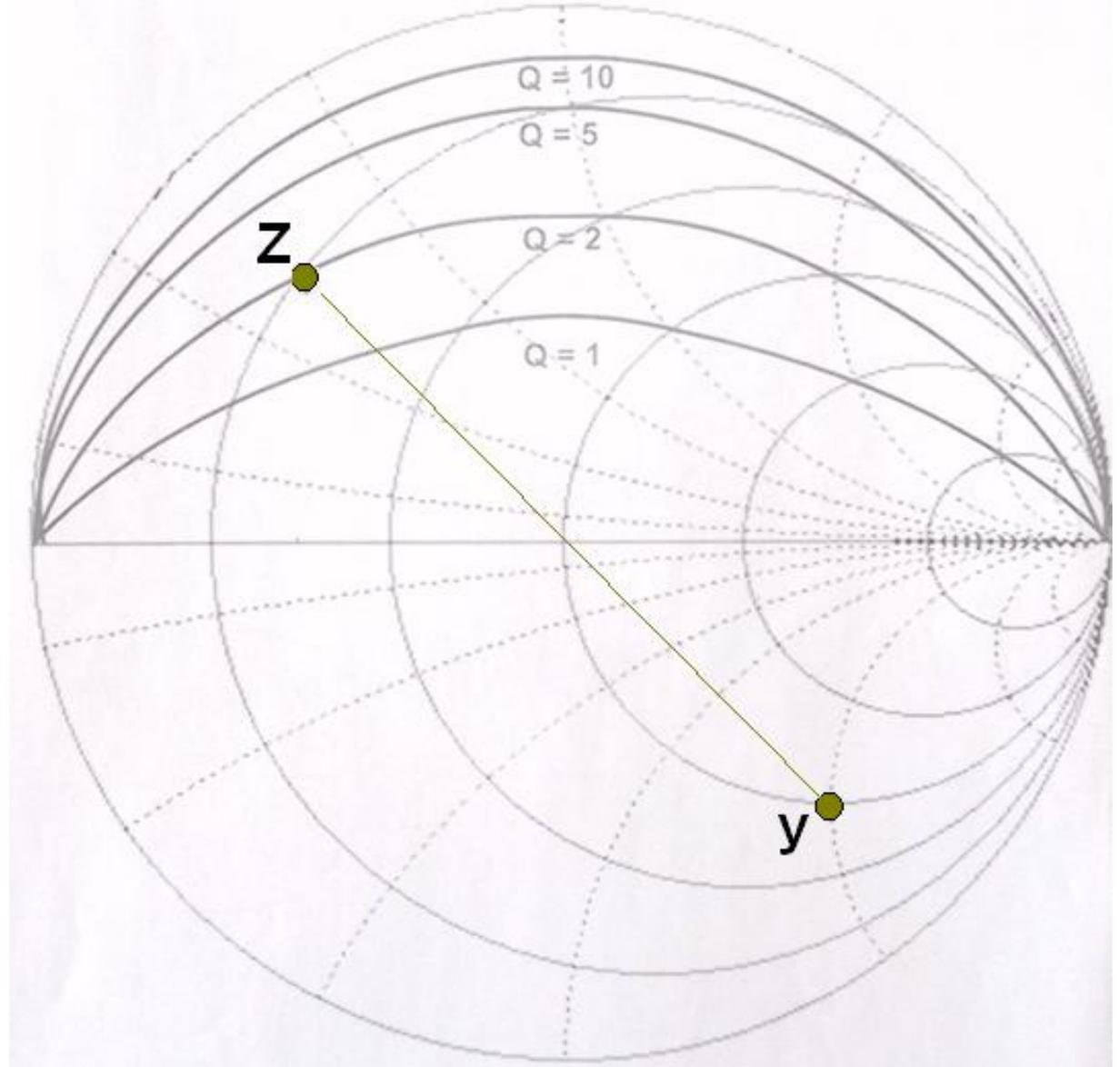
$$X_s = 20 \Omega$$

$$Q = X_s/R_s = 20/10 = 2$$

Sovrapponendo la  
Carta dei Q, ....  
si nota che il punto  
Z è sotto la curva di  
Q=2.

$$z = 0.2 + j 0.4$$

$$y = 1 - j 2$$



Le Carte tipo-Z e tipo-Y sono equivalenti e la preferenza della scelta è legata alla presenza prevalente di componenti in serie o in parallelo.

Su uno stesso tipo di Carta, infatti, la descrizione circuitale è effettuata con un punto P (in coordinate Z) o da un punto Q (in coordinate Y) che, sulla stessa Carta in uso (sia essa di tipo-Z o di tipo-Y) sono simmetrici rispetto al centro

$$z = \frac{1}{y} = \frac{1}{1+j 1.15} = 0.43-j 0.49$$

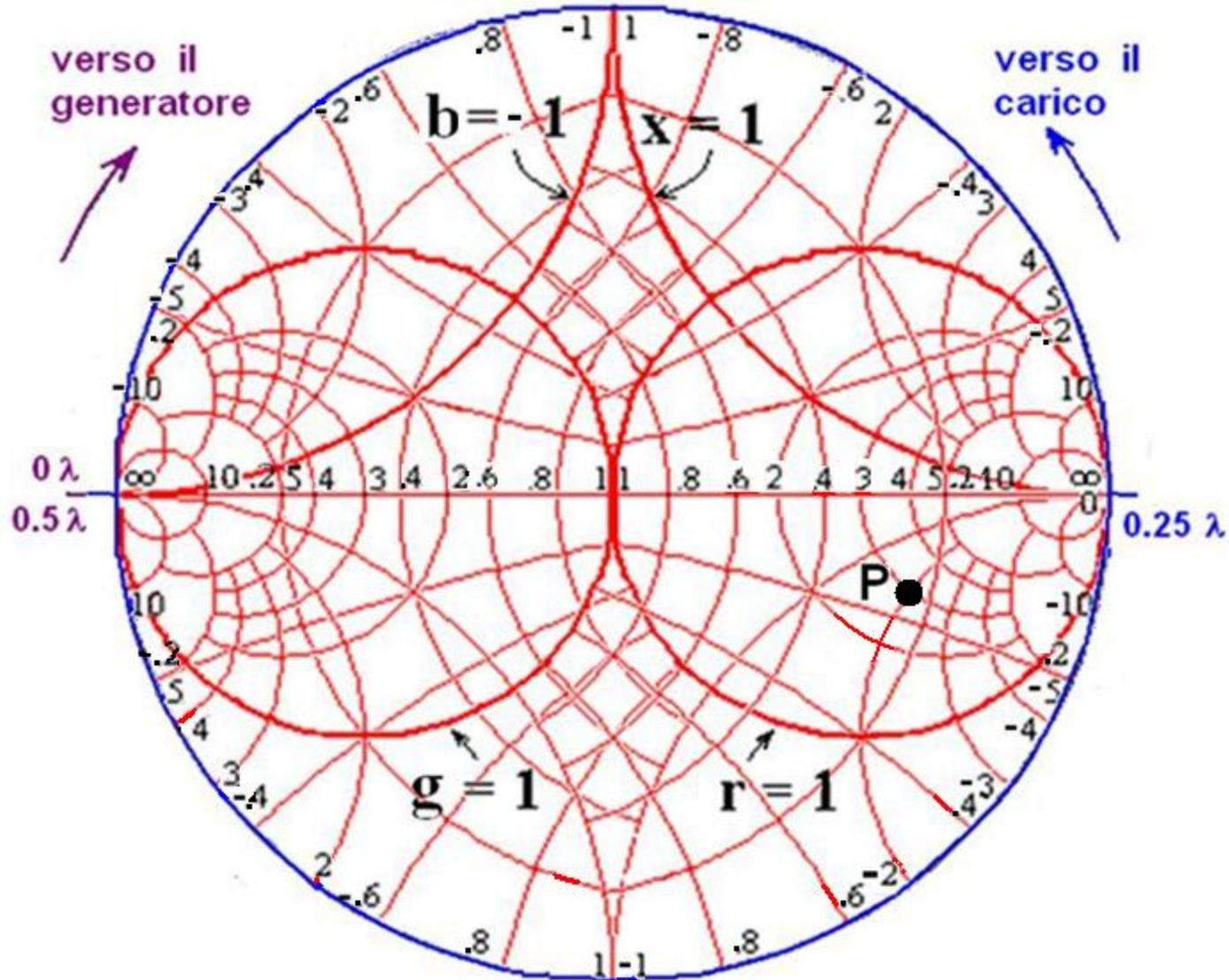
La Carta di Smith è facilmente modificabile secondo necessità e può riportare solo le scale di interesse..

Si possono utilizzare Carte con tipo-Z e tipo-Y sovrapposte, con  $x$  e  $b$  positive nella parte superiore e  $x$  e  $b$  negative nella parte inferiore, ricordando che  $x$  e  $b$  cambiano di segno e sono simmetrici rispetto al centro della Carta.



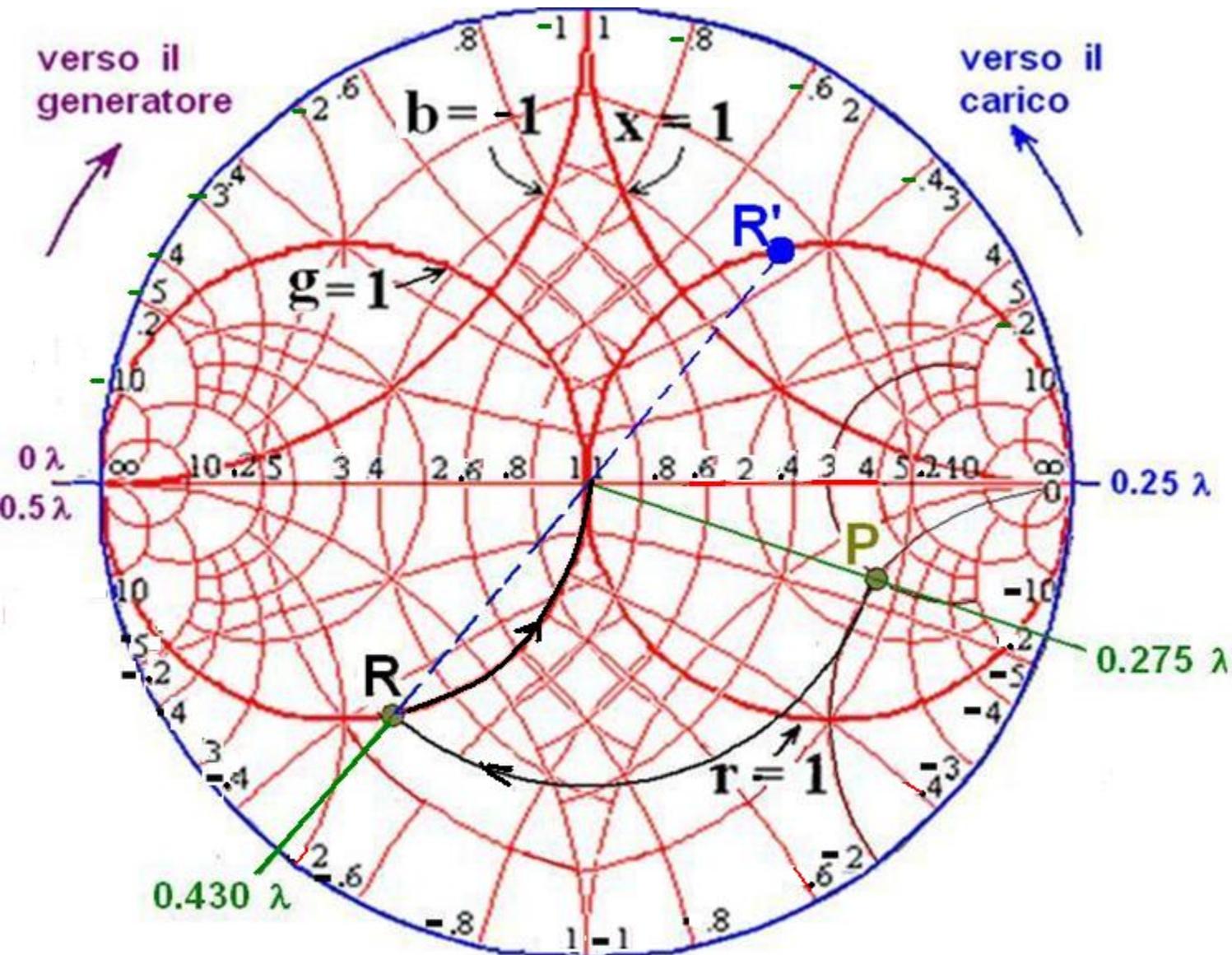
# ESEMPIO - MATCHING

Sia l'impedenza di carico  $Z_L = 150 - j 100 \Omega$  da adattare per avere  $Z_i = 50 \Omega$ .  
L'impedenza  $Z_L$  normalizzata diviene:  $z_L = 3 - j 2$  (punto P sulla Carta).



Utilizzando uno spezzone di linea lunga  $l$  (ancora incognita) ci si sposti “verso il generatore”, a raggio costante sino ad incontrare la

curva di ammettenza  $g = 1$  (punto R).



Punto P:  
 $z = 3 - j2$

Il punto R ha coordinate:  
 $z = 0.27 - j0.445$   
(Carta tipo-Z)

Il punto R ha coordinate  $z = 0.27 -j 0.445$  , lette sulla carta tipo-Z, anche se, per comodità, è riportata anche la carta tipo-Y.

Se vogliamo conoscere l'ammettenza del punto R, si può calcolarla usando la definizione:  $y = 1/z = 1 + j 1.643$  oppure troviamo il punto R' (simmetrico rispetto all'origine) e leggiamo le coordinate sempre sulla carta di tipo-Z , ma pensata, dopo questa trasformazione, come tipo-Y.

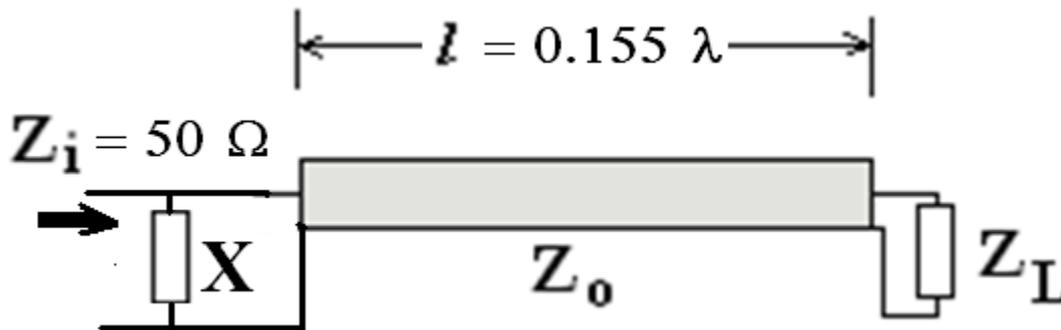
Si può leggere, per il punto R :  $y = 1 +j 1.64$

Oppure, rimanendo sul punto R, si può leggere le coordinate di R usando direttamente la carta delle ammettenze.

Si legge:  $y = 1 + j 1.64$  .

Le semirette che partono dal centro della Carta e passano per i punti P e R individuano sulla scala delle lunghezze d'onda (circonferenza della Carta) i valori  $0.275 \lambda$  e  $0.430 \lambda$ . La differenza di questi due valori ( $0.430 - 0.275 = 0.155 \lambda$ ) è la lunghezza  $\lambda$  dello spezzone di linea che consente di arrivare all'ingresso con una  $y_i = 1 + j 1.63$ .

A questo punto, si può eliminare facilmente la componente reattiva inserendo in parallelo un componente discreto che ha stesso valore assoluto di suscettanza, ma segno opposto. In questo caso la suscettanza normalizzata deve essere  $b = -j1.63$  ovvero  $x = j 1.63$ .



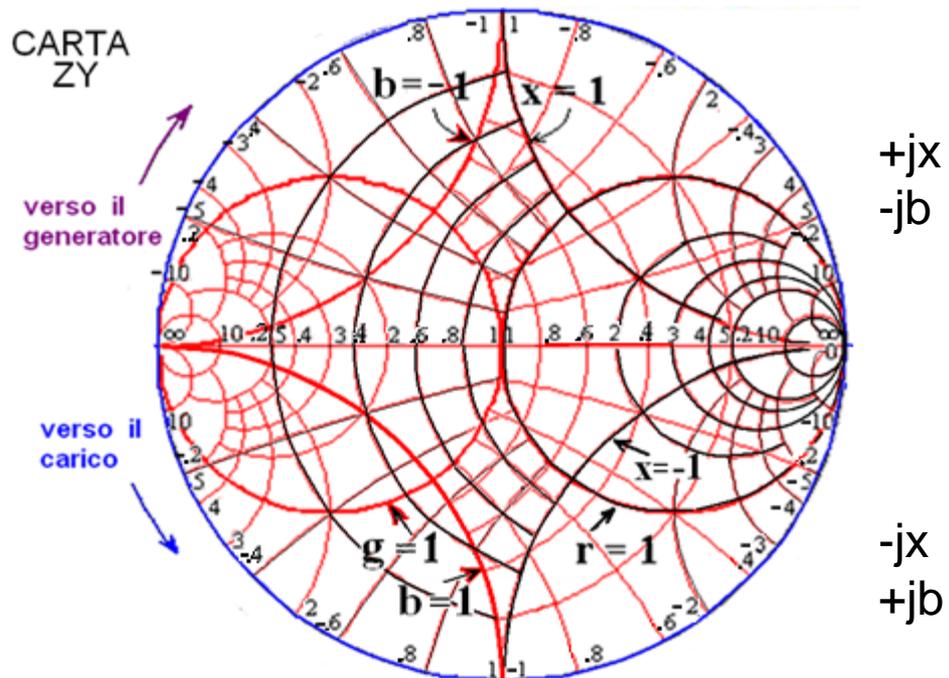
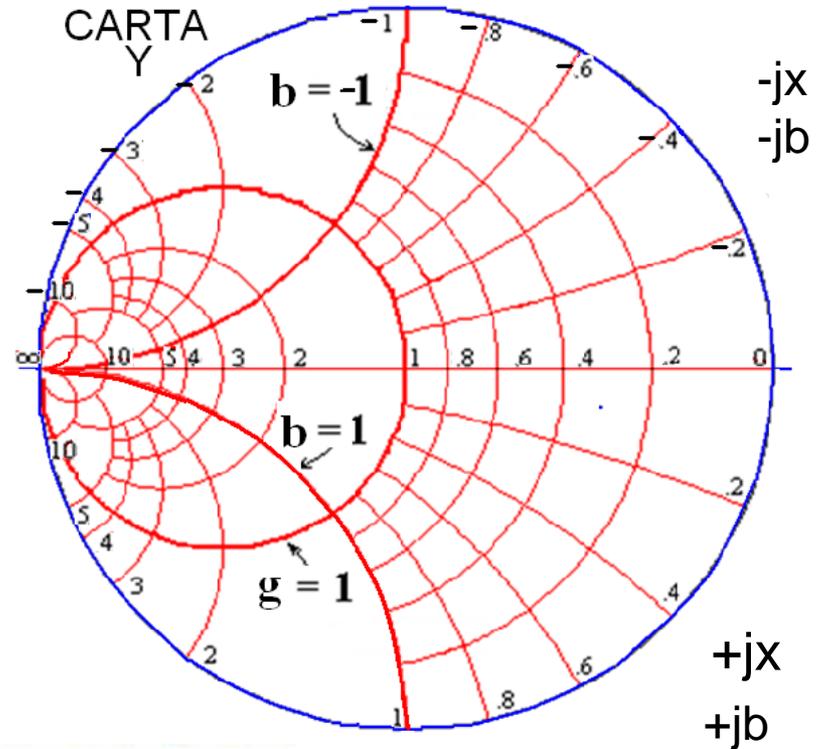
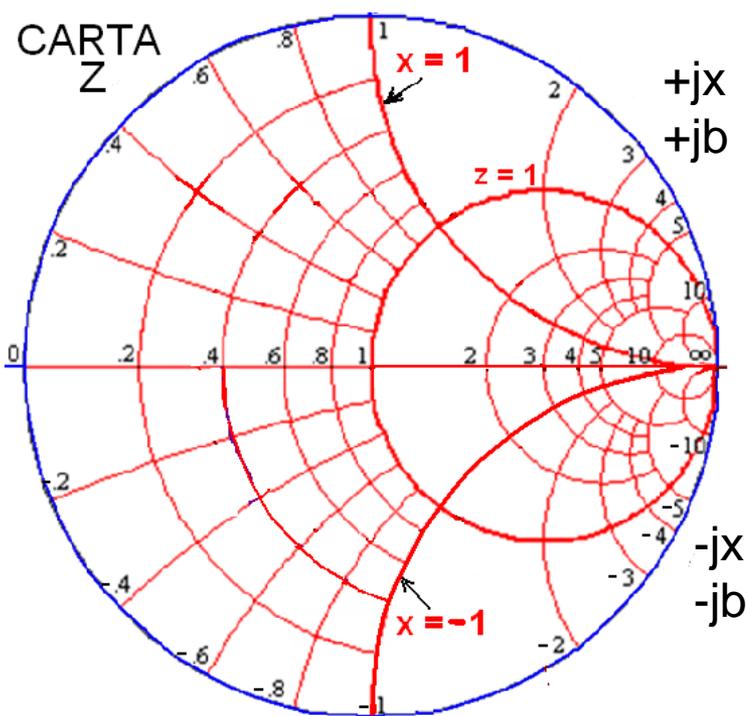
**La reattanza diviene :**  
 $X = 1.63 \cdot 50 = 81.5 \Omega$   
 (induttiva)

**L'impedenza  
 d'ingresso è ora:  
 $Z_i = 50 \Omega$ .**

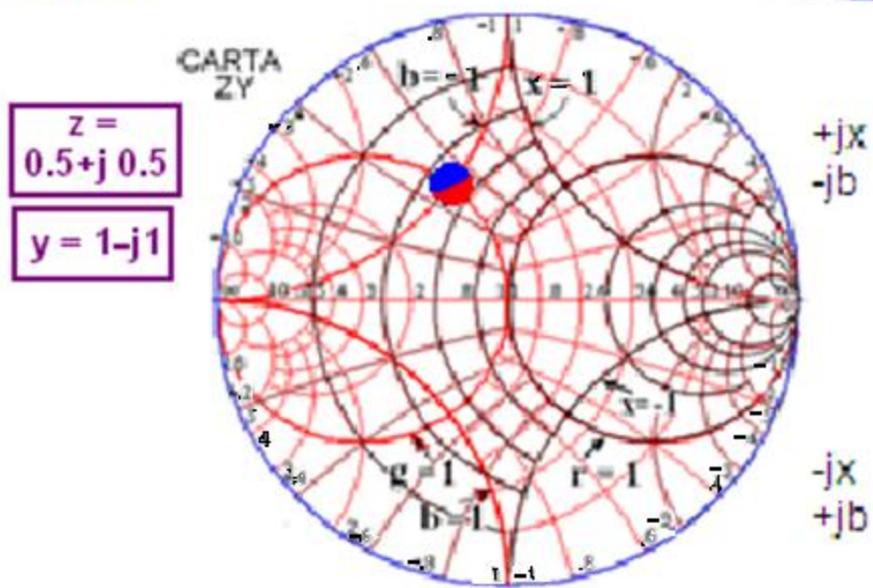
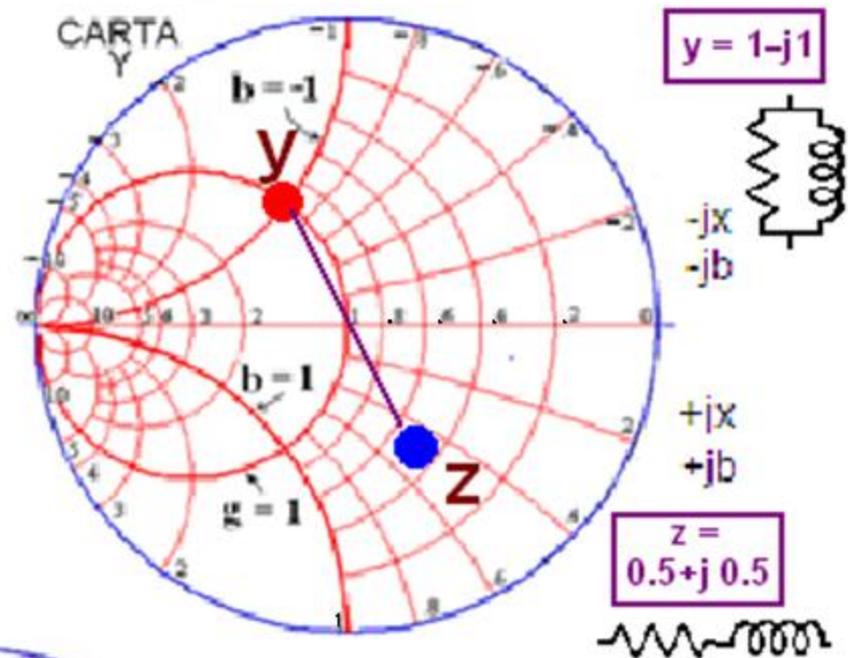
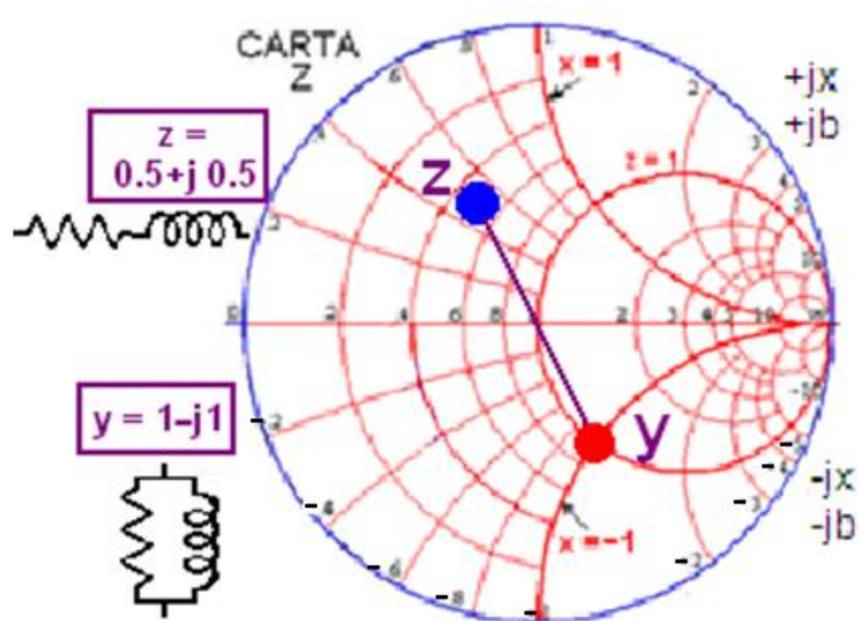
## ATTENZIONE

I valori del coefficiente di riflessione  $\Gamma$  e dell'impedenza normalizzata  $z$  sono espressi con numeri complessi che dipendono dalla frequenza.

L'uso della Carta di Smith deve tener conto della frequenza di lavoro.



EVOLUZIONE  
DELLA  
CARTA DI SMITH



## Ricapitolando.....

**Nella Carta di Smith delle impedenza (tipo-Z) originale, nella parte superiore sono le reattanze e suscettanze positive e nella parte inferiore le reattanze e suscettanze negative. Dato un punto P, di coordinate z, per conoscere l'equivalente valore di y, occorre ricercare il punto simmetrico P' rispetto al centro e leggere le sue coordinate sempre utilizzando i valori sul reticolo delle z ed interpretandole come ammettenza.**

**Si può pensare di ottenere una carta di tipo Y ruotando di 180 gradi la usuale carta di tipo Z.**

**In questo modo ogni punto P della carta Y riporta le coordinate di ammettenza, con suscettanza positiva nella parte inferiore e suscettanza negativa nella parte superiore.**

**Anche qui, dato un punto P di coordinate y, per conoscere l'equivalente valore di z, occorre ricercare il punto simmetrico P' rispetto al centro e leggere le sue coordinate, sempre utilizzando i valori sul reticolo delle y, ed interpretandole come impedenza.**

**Oggi, con i moderni software a più colori, è possibile utilizzare una Carta che riporta le coordinate di tipo-Z e di tipo-Y sovrapposte.**

**Qui, dato un punto P, possiamo leggere le coordinate z e, sempre rimanendo sul punto P, possiamo leggere le sue coordinate nel reticolo delle Y .**

**Bisogna ricordarsi, però, che, in questo caso, la b è positiva nella parte inferiore e negativa nella parte superiore.**

**Per tutti questi motivi, la Carta di Smith spesso non riporta il segno dei valori dell'asse immaginario. Occorre attenzione !**

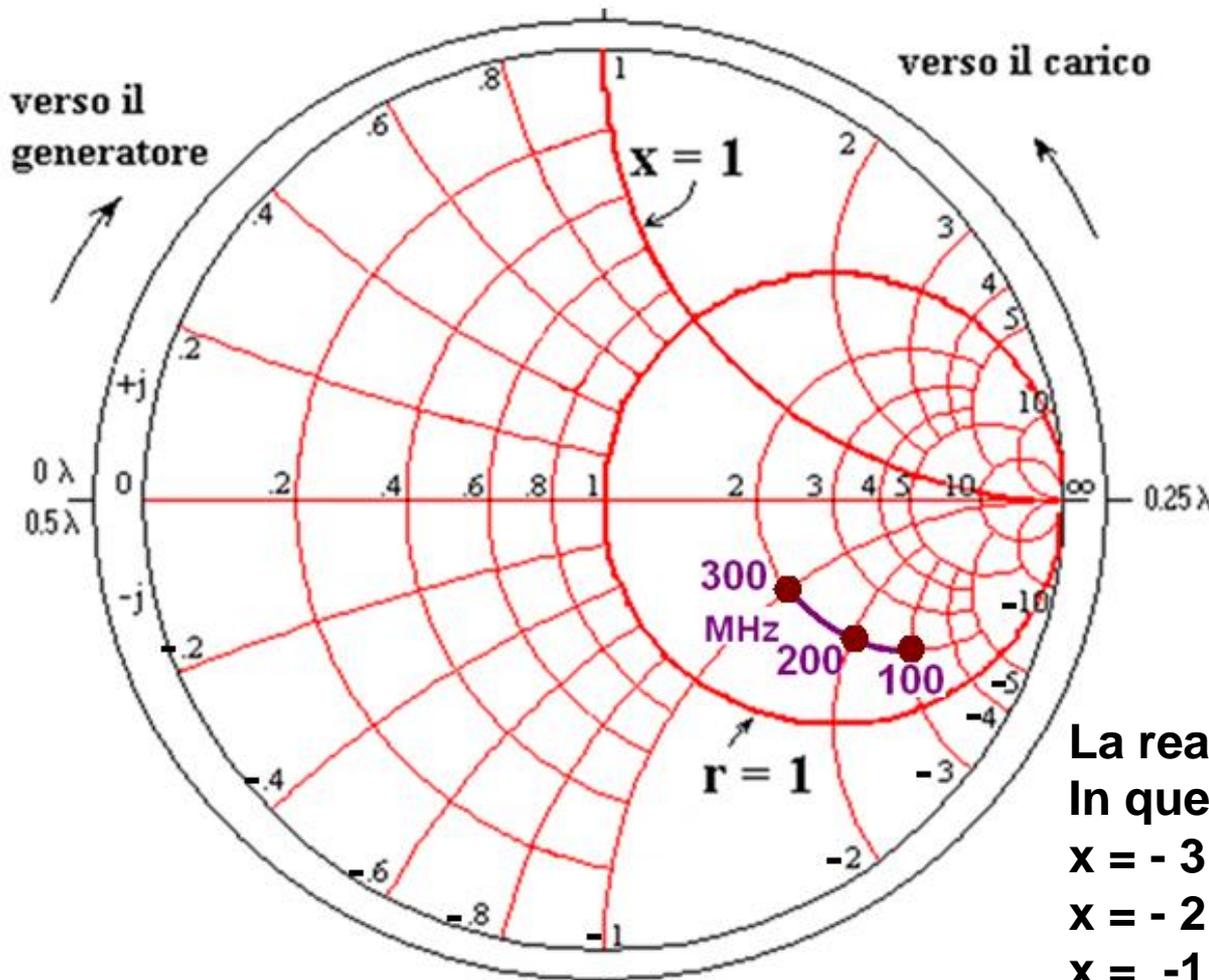
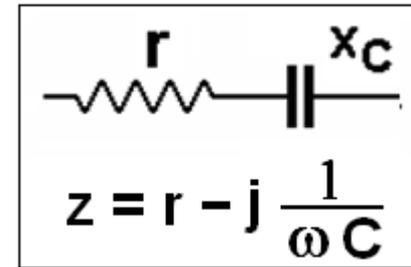
**Usando il primo modo (passare al punto simmetrico...) occorre mantenere sempre lo stesso reticolo (sia esso la carta Z o la carta Y), ma il valore delle coordinate lette vanno attribuite all'altra grandezza.**

**Se si usa la carta Z, dopo il passaggio al simmetrico, le coordinate sono lette come ammettenza  $y$ .**

**Se si usa la carta Y, dopo il passaggio al simmetrico, le coordinate sono lette come impedenza  $z$ .**

**Se si usa il secondo modo (di rimanere sul punto e cambiare le coordinate), occorre ricordarsi che :  $x$  è positiva nella parte superiore, mentre  $b$  è negativa inoltre  $x$  è negativa nella parte inferiore, mentre  $b$  è positiva.**

# CIRCUITO RC SERIE - comportamento con la frequenza



In un circuito serie, la componente resistiva rimane costante al variare della frequenza.

La resistenza normalizzata sia  $r = 2$ .

La reattanza, invece, cambia con  $f$ . In questo esempio è:

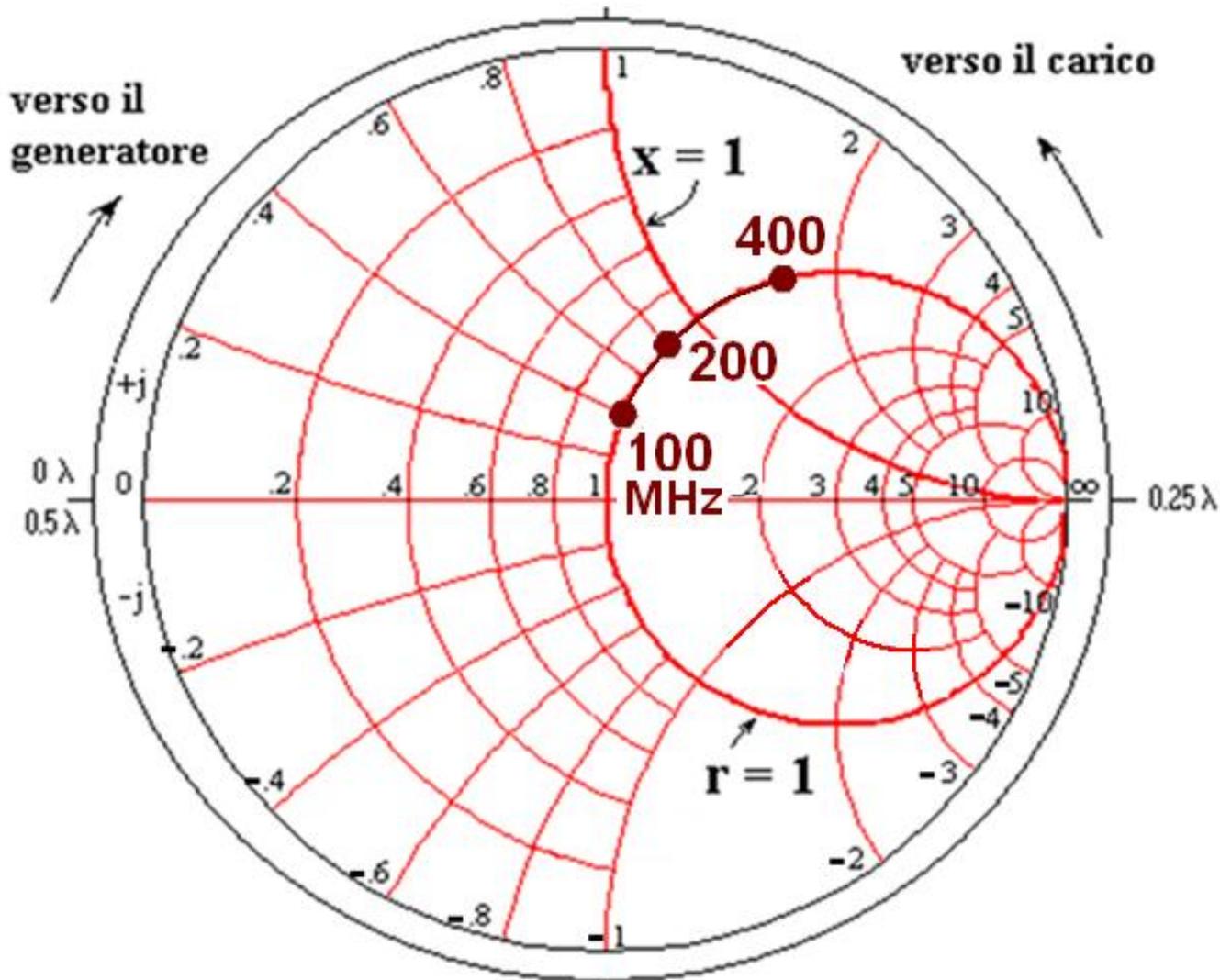
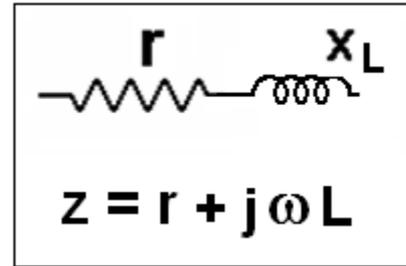
$$x = -3 \text{ a } 100 \text{ MHz}$$

$$x = -2 \text{ a } 200 \text{ MHz}$$

$$x = -1 \text{ a } 300 \text{ MHz}$$

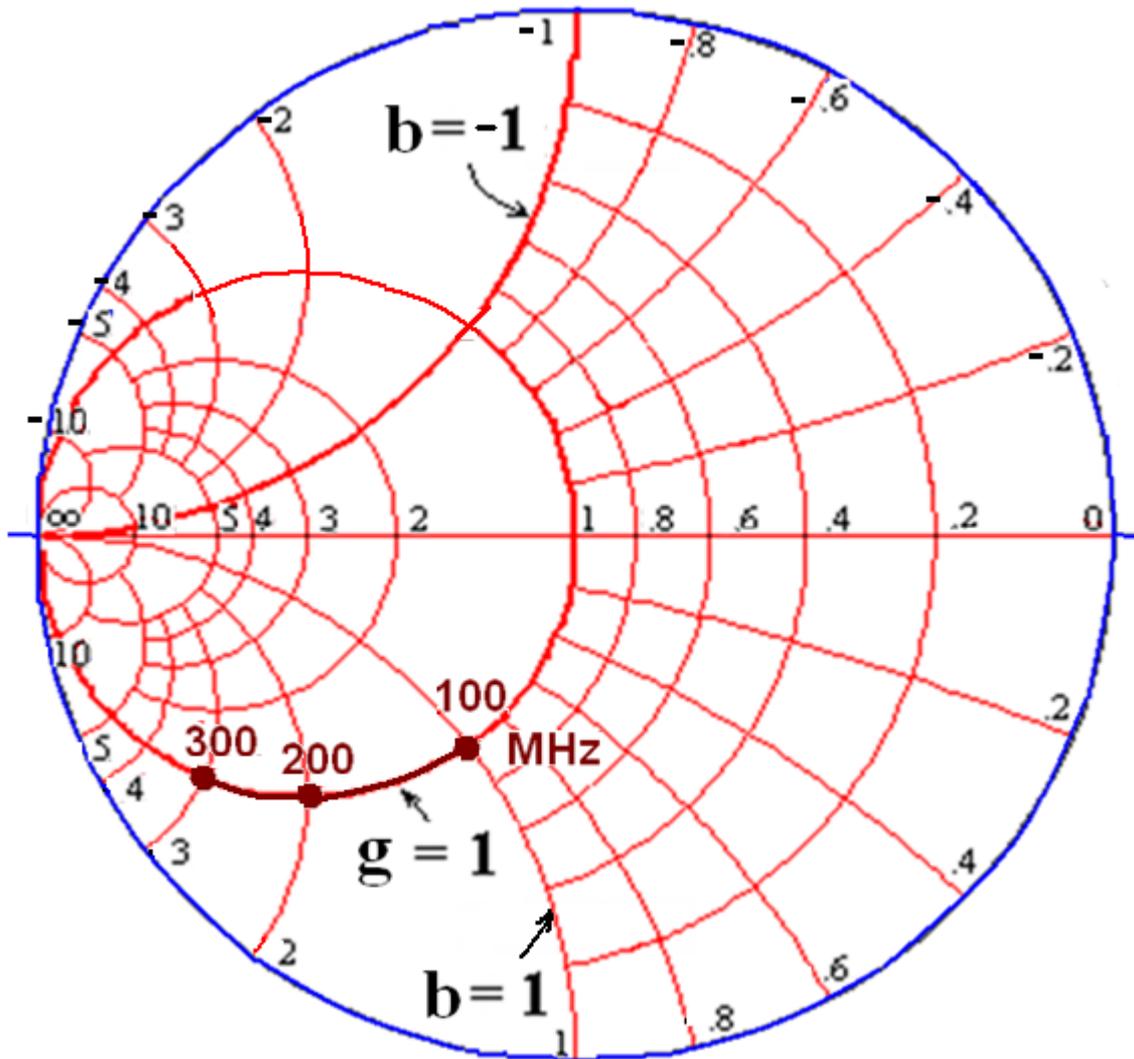
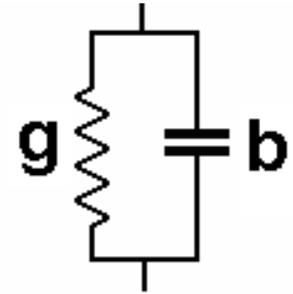
Il segno negativo (parte bassa della **Carta delle Impedenze**) indica che la reattanza è capacitiva, come evidenzia anche la diminuzione della reattanza con la frequenza.

# CIRCUITO RL SERIE - comportamento con la frequenza



La reattanza induttiva aumenta con la frequenza

# CIRCUITO RC PARALLELO - comportamento con la frequenza



In un circuito parallelo, la componente resistiva della ammettenza rimane costante al variare della frequenza. La ammettenza normalizzata sia  $g = 1$ .

La suscettanza, invece, cambia con  $f$ .

In questo esempio è:

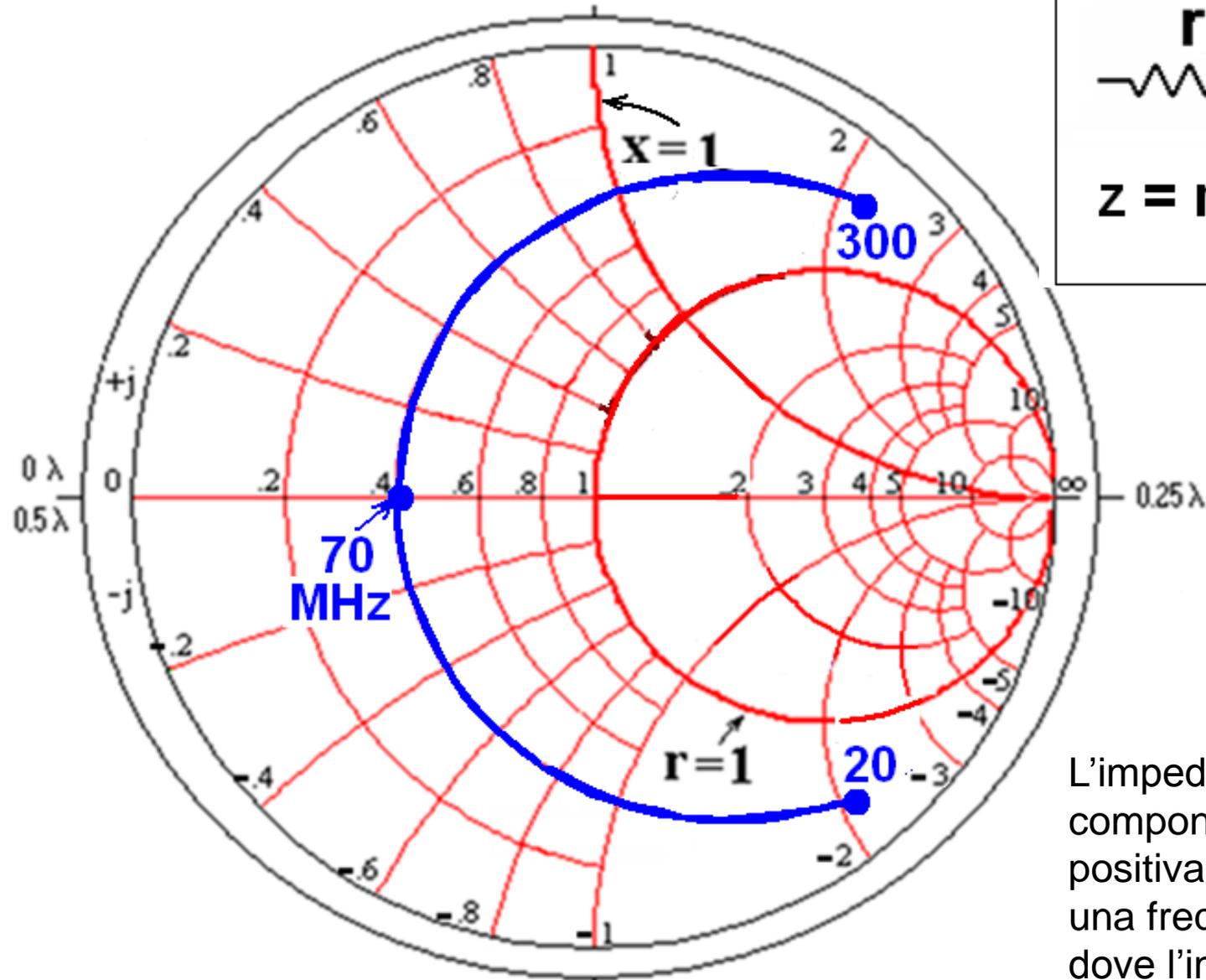
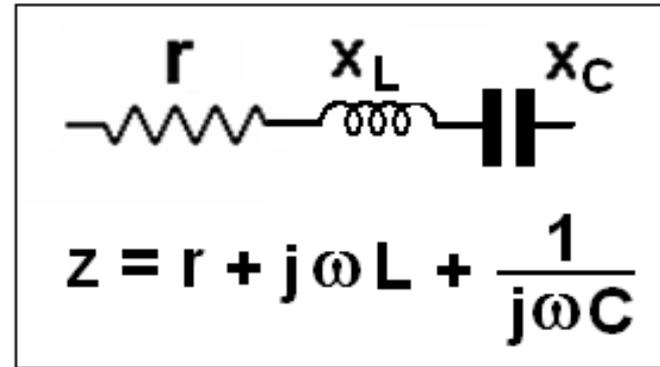
$b = 1$  a 100 MHz

$b = 2$  a 200 MHz

$b = 3$  a 300 MHz

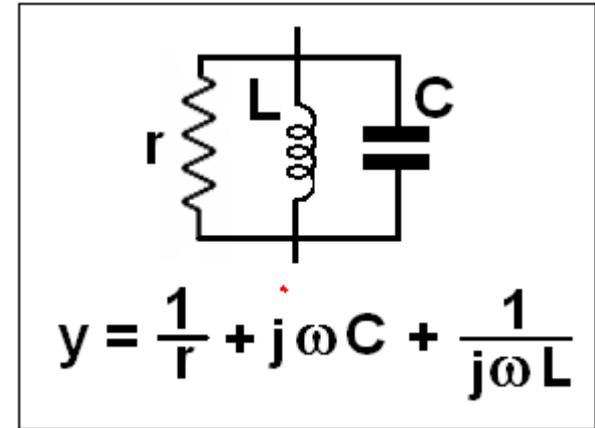
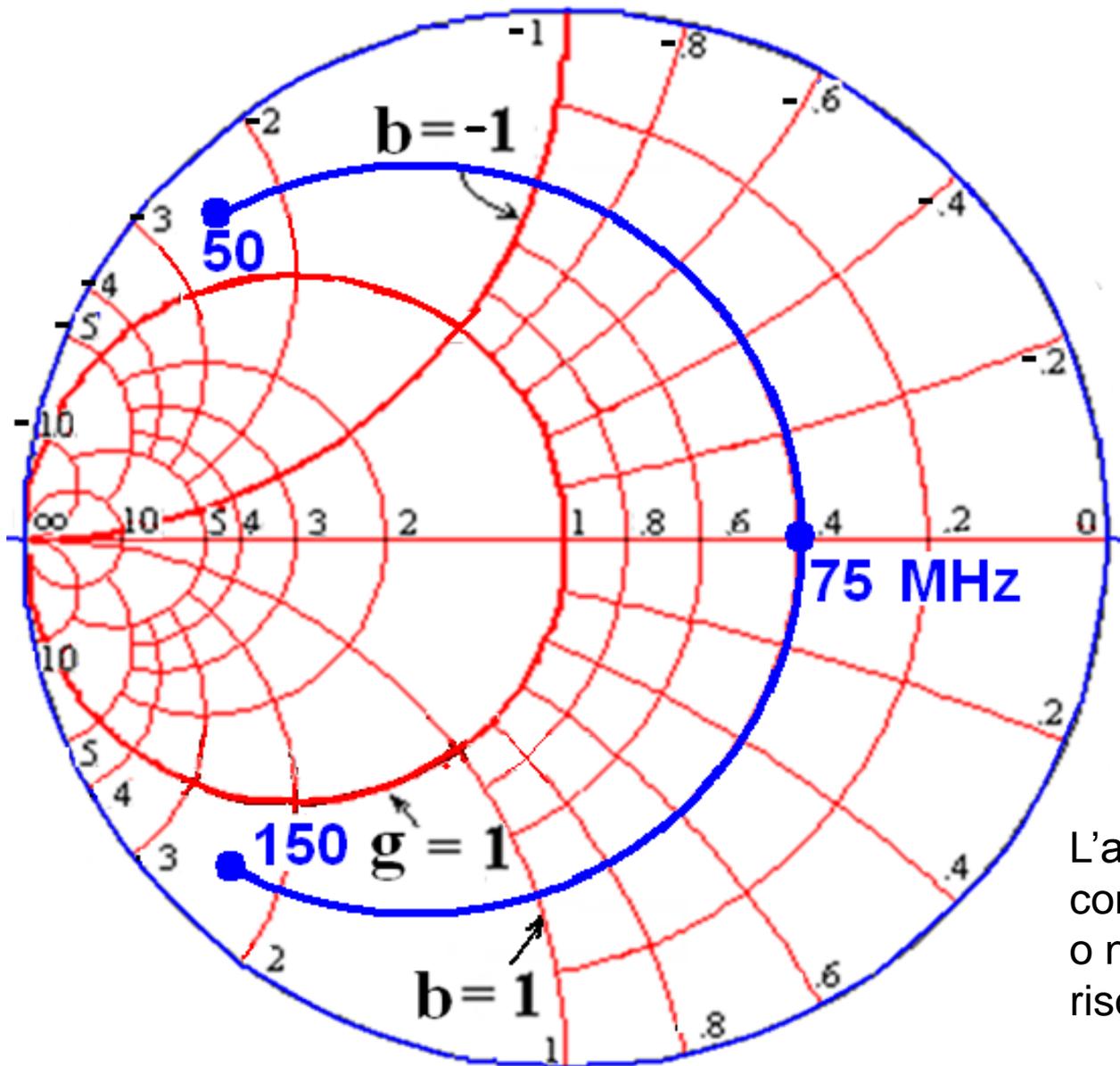
Il segno positivo (parte bassa della **Carta delle Ammettenze**) indica che la suscettanza è capacitiva, come evidenza anche l'aumento della suscettanza con la frequenza.

# CIRCUITO RLC SERIE - comportamento con la frequenza



L'impedenza può avere componente reattiva positiva o negativa e una frequenza di risonanza dove l'impedenza è reale

# CIRCUITO RLC PARALLELO - comportamento con la frequenza



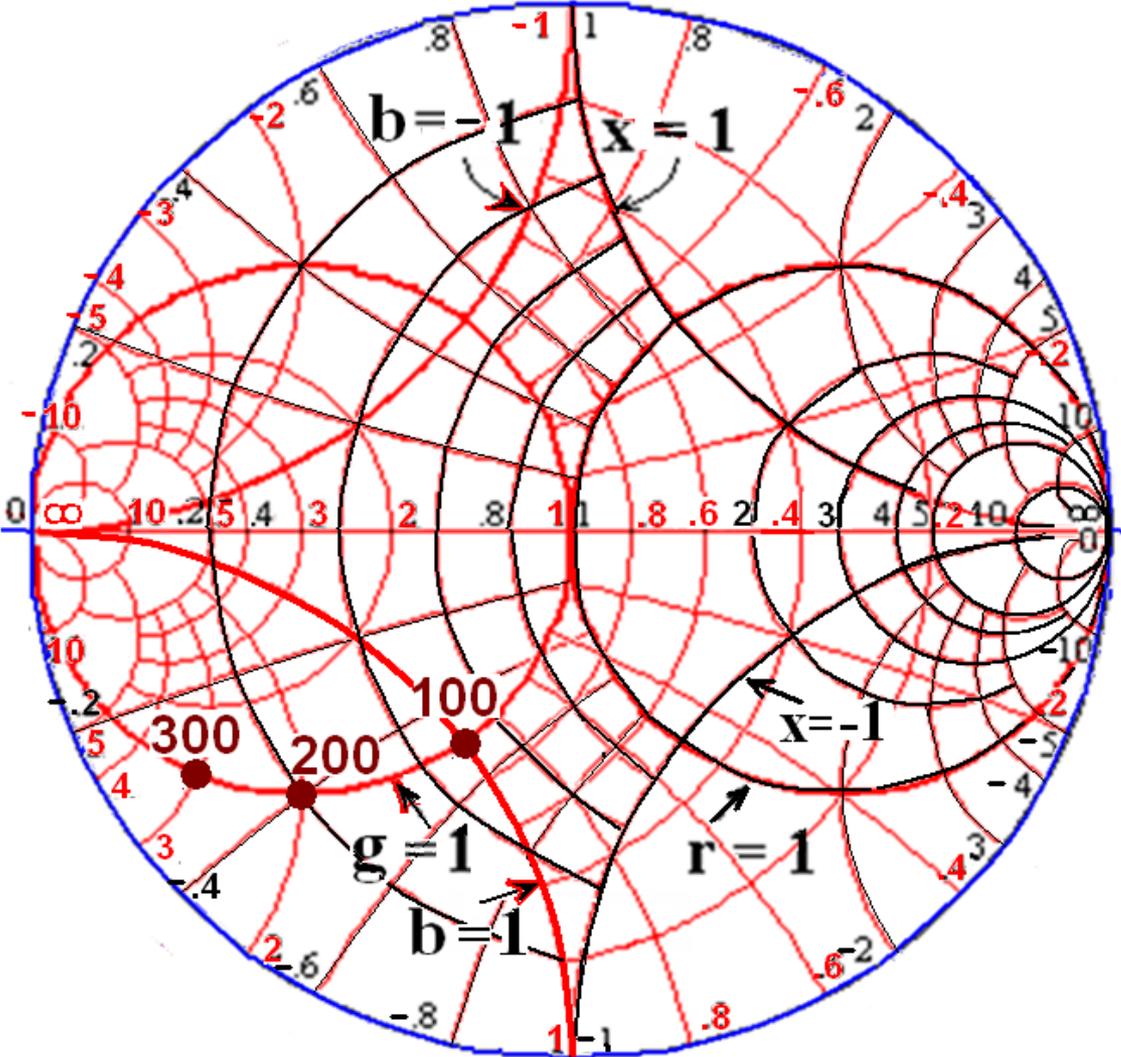
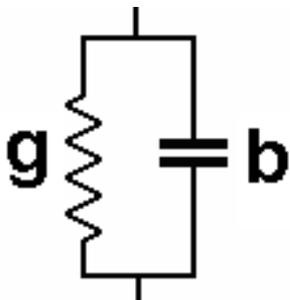
L'ammittenza può avere componente reattiva positiva o negativa e una frequenza di risonanza dove Y è reale.

Per l'analisi di un circuito serie in funzione della frequenza, è comodo utilizzare la Carta delle Impedenze. La parte resistiva, infatti, rimane costante .

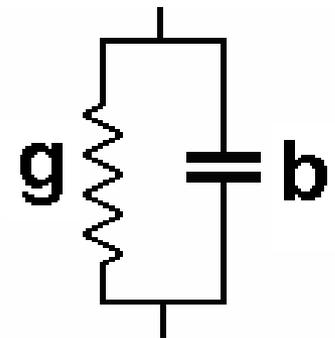
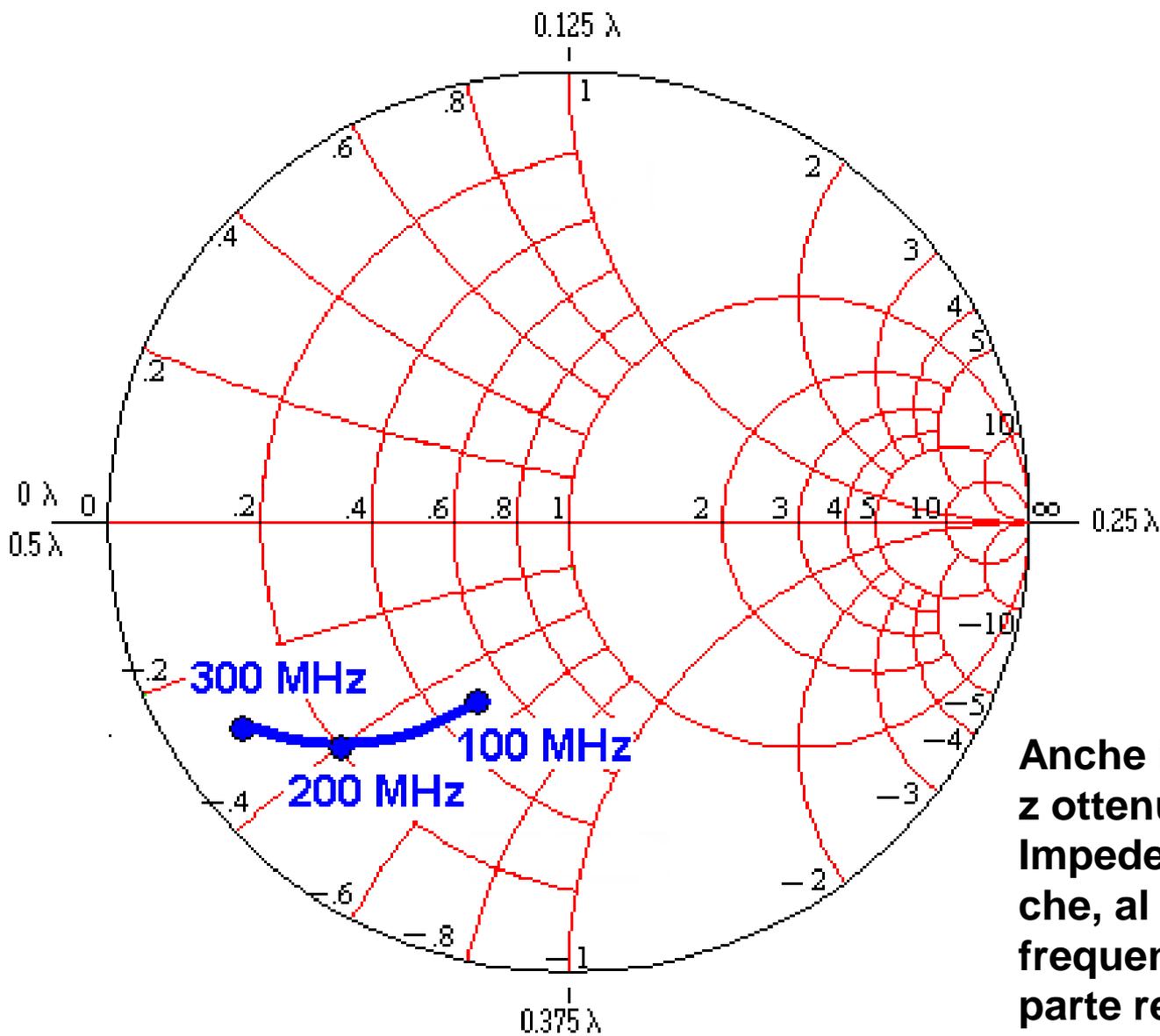
Per l'analisi di un circuito parallelo in funzione della frequenza, è comodo utilizzare la Carta delle Ammettenze. La conduttanza, infatti, rimane costante.

Viceversa, studiando il comportamento in funzione della frequenza di un black box, si possono avere informazioni sul suo contenuto.

Se sulla Carta delle y, si cercano le z corrispondenti, si nota che queste cambiano i valori sia della parte reale sia della parte immaginaria al variare della frequenza

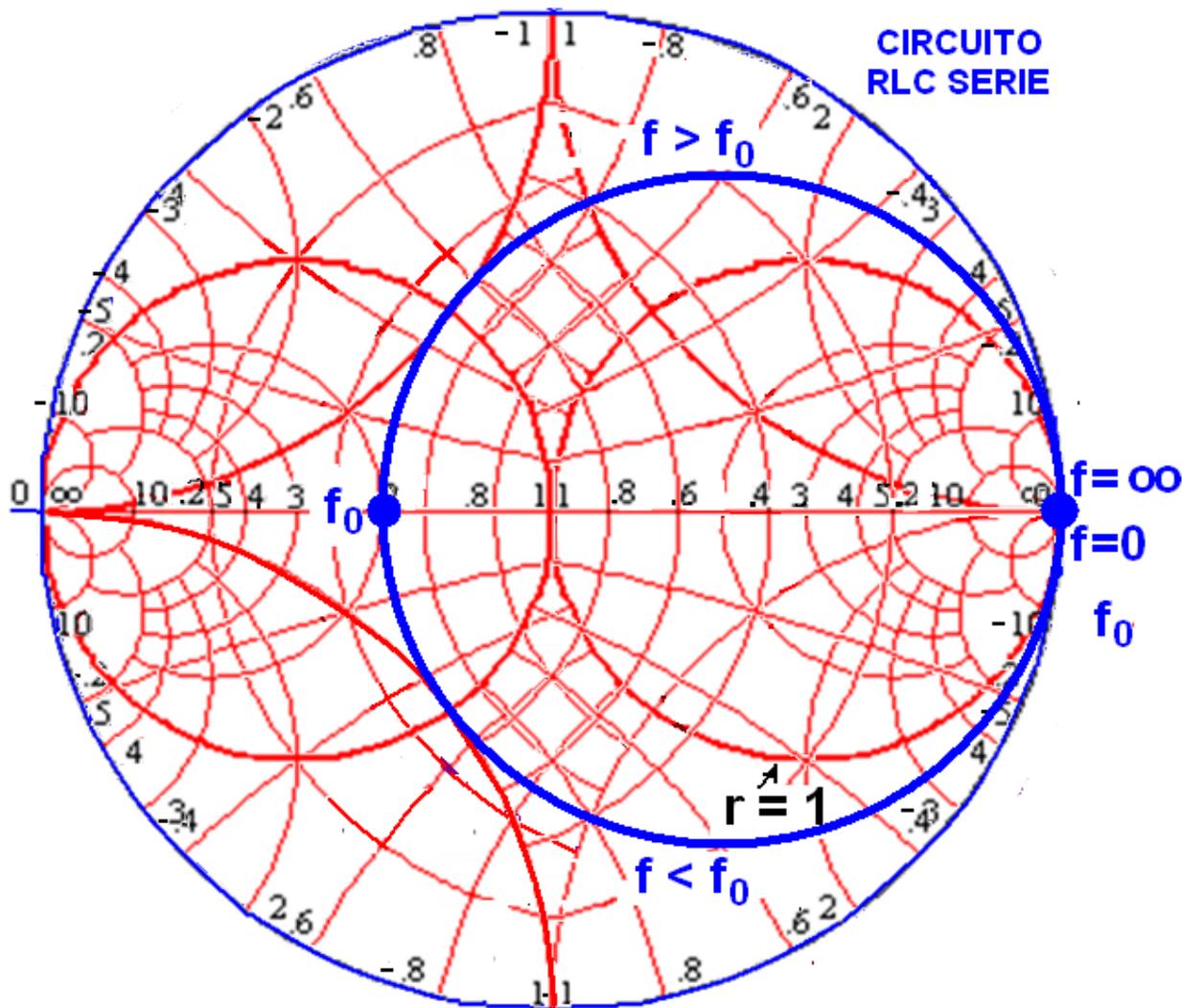


f	y	z
100 MHz	$1 + j 1$	$0.5 - j 0.5$
200 MHz	$1 + j 2$	$0.2 - j 0.4$
300 MHz	$1 + j 3$	$0.1 - j 0.3$



Anche inserendo i punti di  $z$  ottenuti nella Carta delle Impedenze, si nota sempre che, al variare della frequenza, cambia sia la parte reale sia la parte immaginaria

# CIRCUITO RLC serie IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA

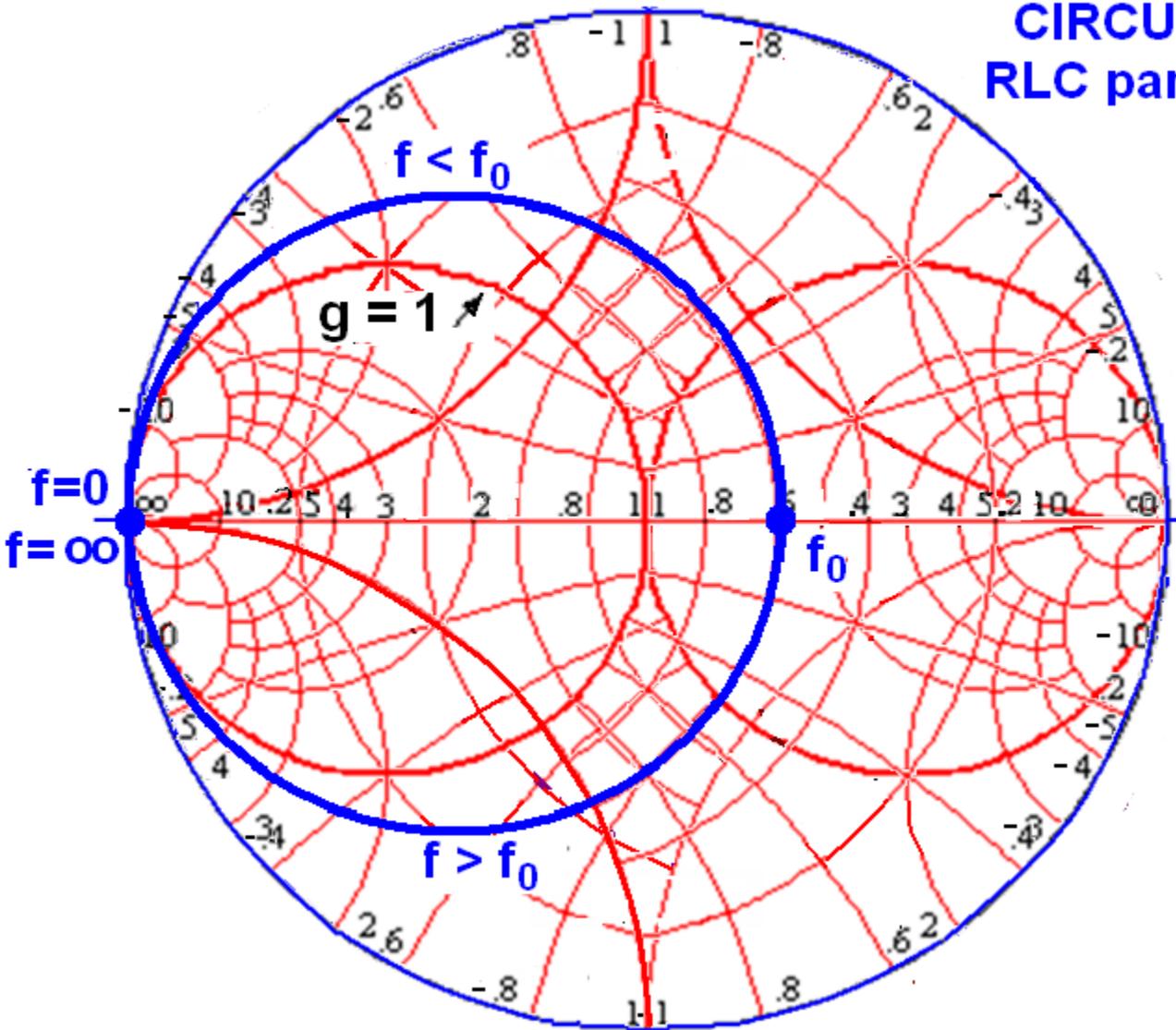


I valori di impedenza normalizzata del circuito RLC serie in funzione della frequenza sono distribuiti su una circonferenza  $r = \text{cost.}$  (componente R normalizzata) e tangente al punto di reattanza infinita ( $-\infty$  per  $f = 0$ , e  $+\infty$  per  $f = \infty$ ).

La circonferenza taglia l'asse reale per  $f = f_0$  al valore di R normalizzato.

# CIRCUITO RLC parallelo IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA

## CIRCUITO RLC parallelo



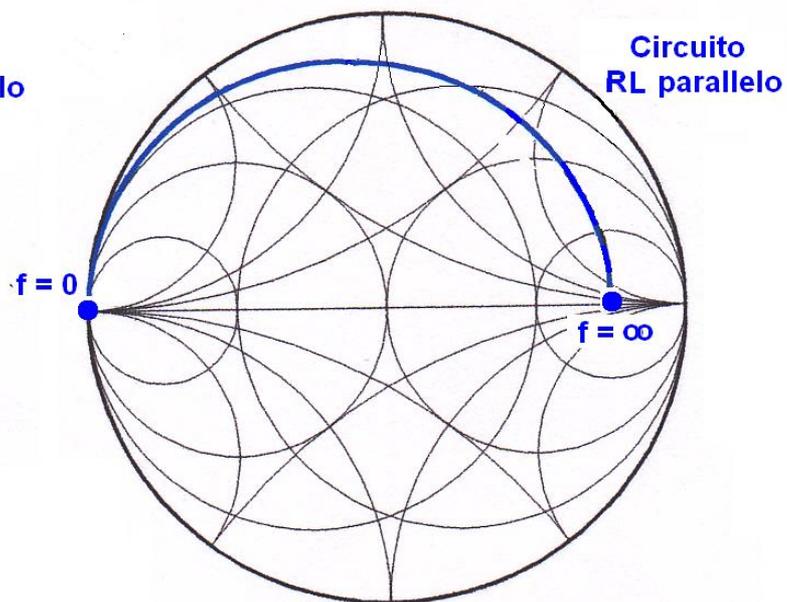
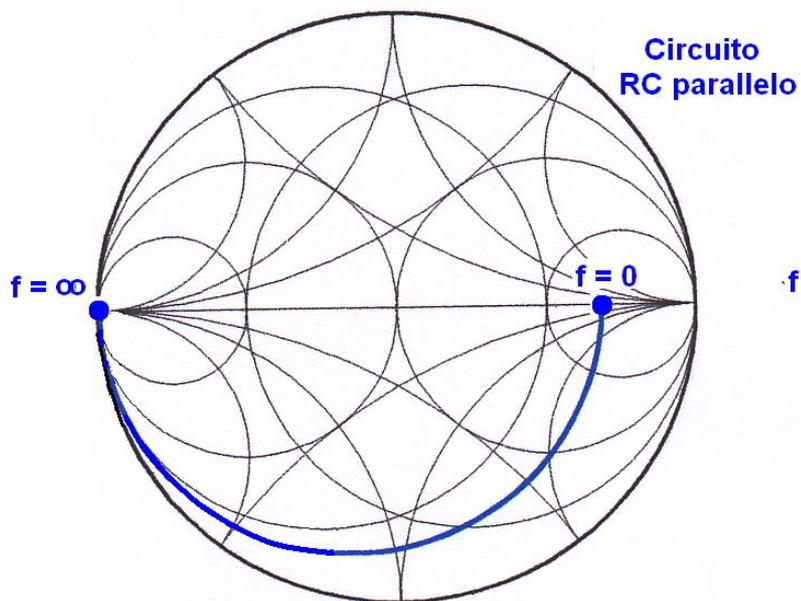
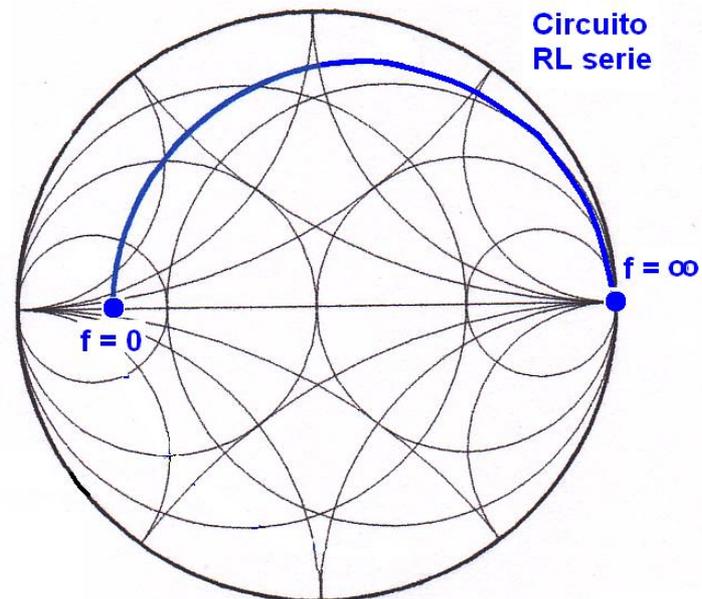
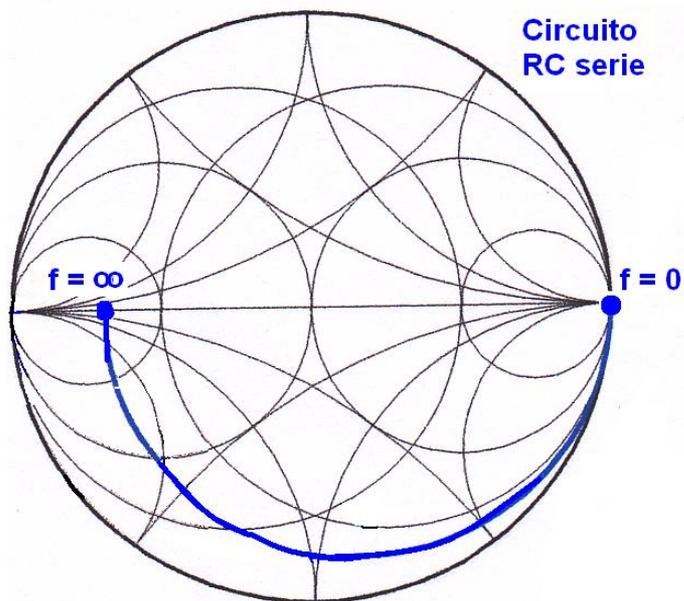
I valori di ammettenza normalizzata del circuito RLC parallelo in funzione della frequenza sono distribuiti su una circonferenza  $g = \text{cost.}$  (componente G normalizzata) e tangente al punto di suscettanza infinita ( $-\infty$  per  $f = 0$ , e  $+\infty$  per  $f = \infty$ ).  
La circonferenza taglia l'asse reale per  $f = f_0$  al valore di G normalizzato.

## CIRCUITI RC E RL in serie e parallelo IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA

I valori di impedenza dei circuiti RC-serie o RL-serie sono distribuiti su una semi-circonferenza con  $r = \text{costante}$  (componente  $R$  normalizzata) tra i punti estremi di reattanza infinita (per  $f = 0$ ) e reattanza nulla (per  $f = \infty$ ). Quest'ultimo punto, sull'asse reale, ha componente resistiva uguale a  $R$  normalizzata

I valori di ammettenza normalizzata dei circuiti RC-parallelo o RL-parallelo in funzione della frequenza sono distribuiti su una semi-circonferenza  $g = \text{costante}$  (componente  $G$  normalizzata) tra i punti estremi di suscettanza infinita (per  $f = \infty$ ) ed il punto di suscettanza nulla (per  $f = 0$ ) posto sull'asse reale al valore della conduttanza  $G$  normalizzata.

# CIRCUITI RC E RL in serie e parallelo IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA



## COMPONENTI DISCRETI

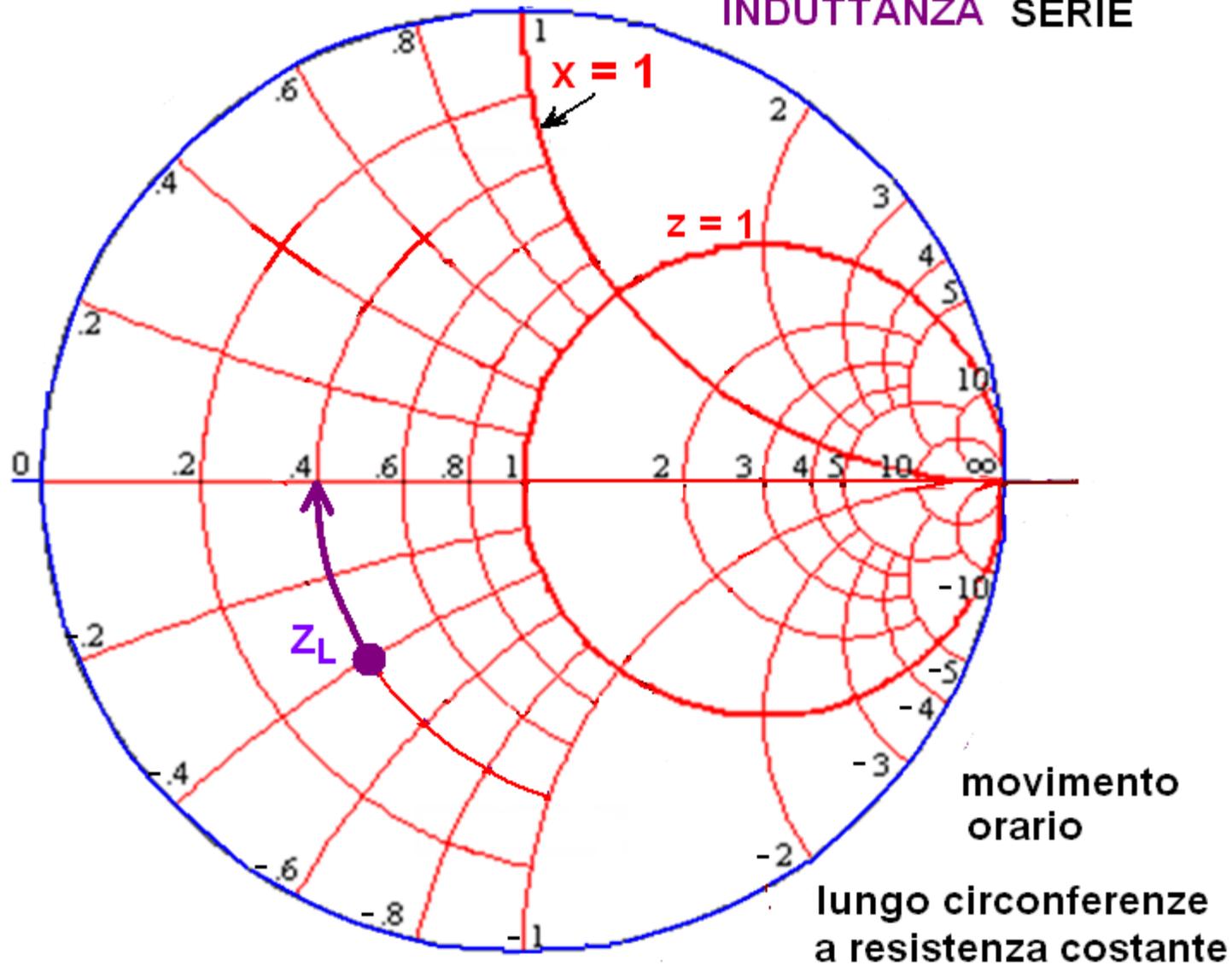
L'uso della Carta di Smith è molto utile anche per scegliere i componenti discreti per il matching o per filtri di vario tipo.

Occorre introdurre componenti reattivi (che non dissipano); per questo si effettuano spostamenti sulla Carta su curve ad  $r$  costante od a  $g$  costante sino ad arrivare alle circonferenze  $r=1$  oppure  $g=1$  e poi facilmente correggere la componente residua reattiva e ritrovarsi al centro della Carta di coordinate  $1+j 0$ .

La Carta di Smith può essere usata anche con componenti discreti, ovviamente a frequenze dove le dimensioni dei componenti stessi siano trascurabili rispetto alla lunghezza d'onda. In questa applicazione alcune scale, per esempio quelle delle lunghezze d'onda, non sono applicabili e, spesso, non sono nemmeno disegnate

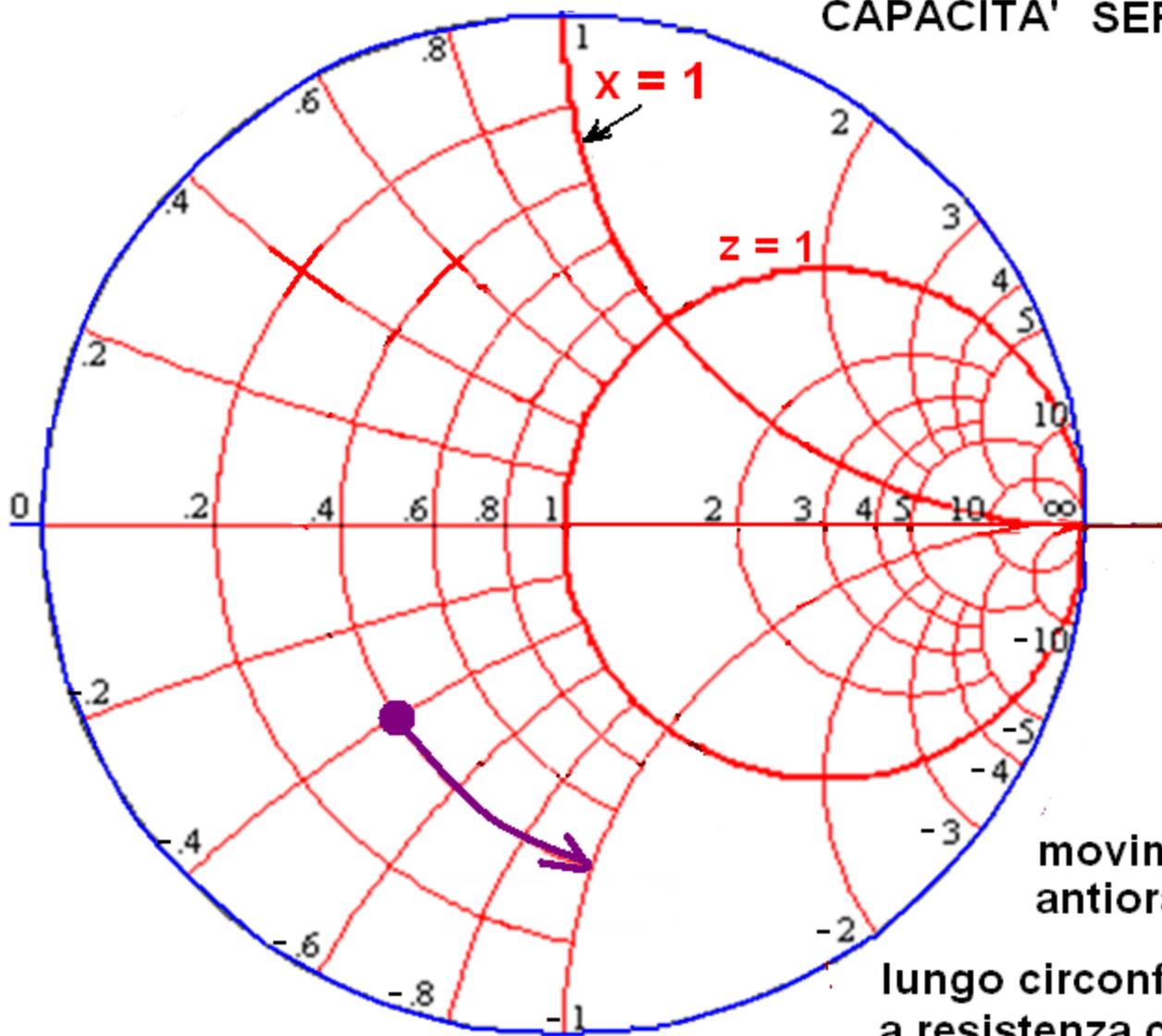
La Carta di Smith è facilmente adattabile a particolari problemi ed è facile trovarla senza il segno delle parti reattive. Occorre attenzione!

## INDUTTANZA SERIE



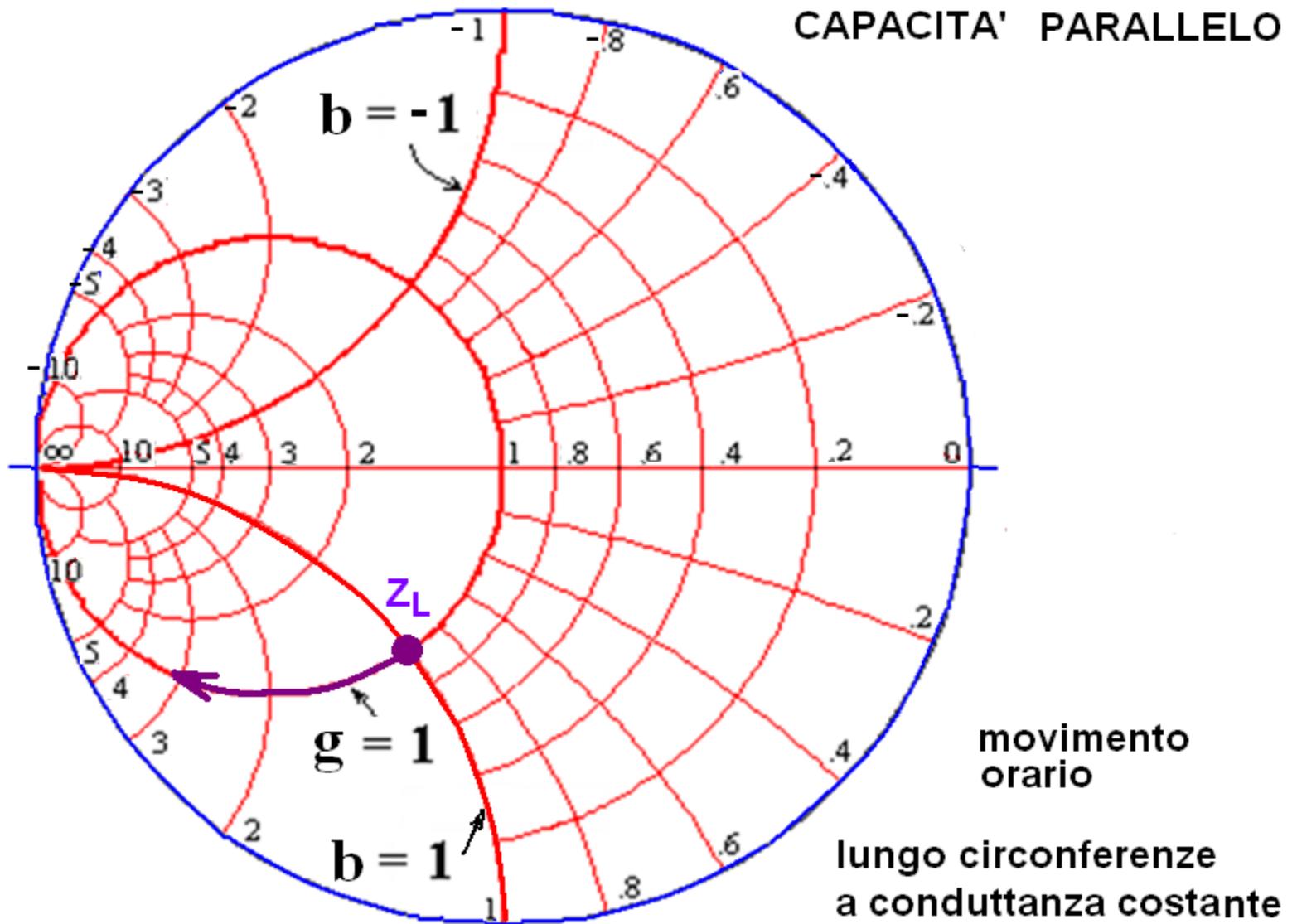
Il componente aggiunto porta la reattanza verso valori più positivi:  
→ Componente aggiunto: induttanza

# CAPACITA' SERIE



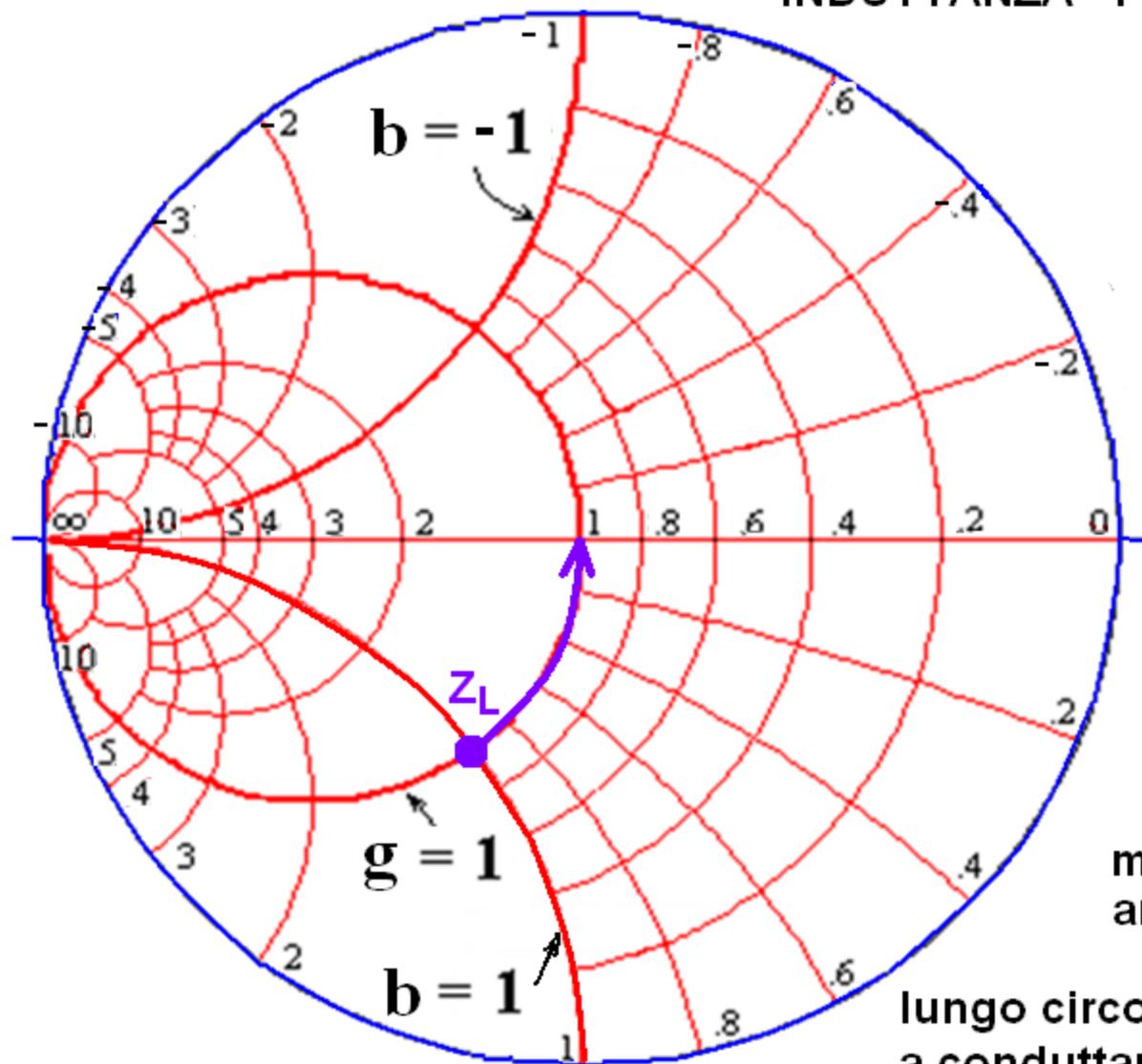
movimento  
antiorario

lungo circonferenze  
a resistenza costante



Il componente aggiunto porta la suscettanza verso valori più positivi:  
 → Componente aggiunto : condensatore

# INDUTTANZA PARALLELO



$b = -1$

$g = 1$

$b = 1$

movimento  
antiorario

lungo circonferenze  
a conduttanza costante

Nei filtri e circuiti di matching, quando si aggiungono componenti passivi, occorre considerare solo se si aggiunge o toglie reattanza con il relativo segno.

Non conta nulla se il movimento è verso il generatore o verso il carico.

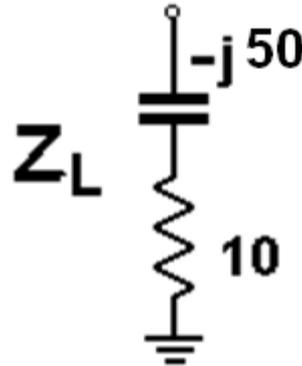
Negli esempi seguenti, per esempio, sia che si proceda dal carico o dal generatore, se si aggiunge reattanza induttiva, si deve muoversi lungo la circonferenza  $r = \text{costante}$  in senso orario (reattanza crescente). Viceversa se si aggiunge reattanza capacitiva.

Dovunque si interrompa il circuito, le impedenze viste nei due versi sono sempre una complessa coniugata dell'altra.

# COMPONENTI DISCRETI

**Esempio:**

sia un carico  $Z_L = 10 - j 50 \Omega$  da accoppiare a linea di  $Z_0 = 50 \Omega$ .



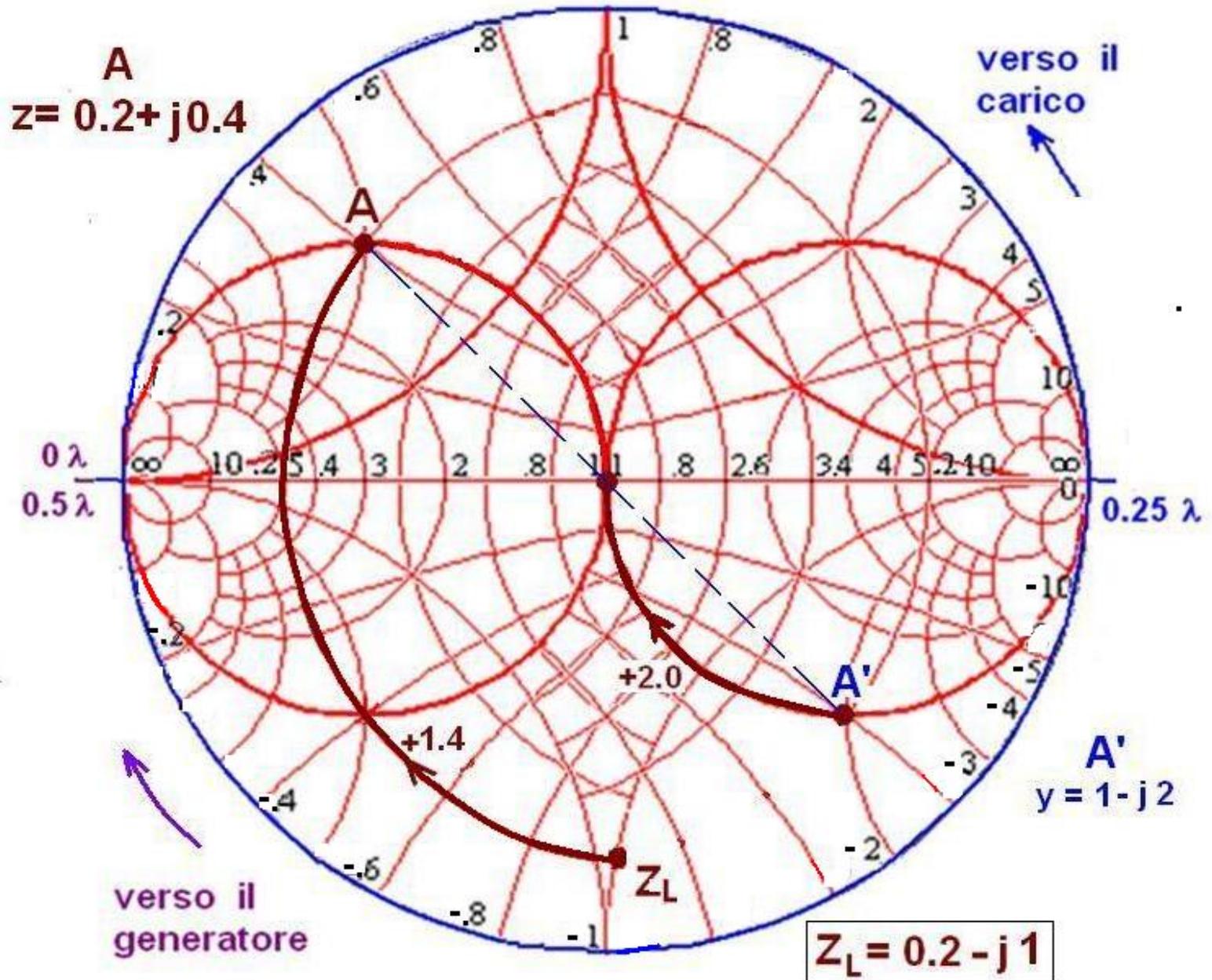
L'impedenza  $Z_L$  normalizzata diviene:

$$z_L = 0.2 - j 1.0$$

(Punto  $z_L$  nella Carta di Smith seguente)

Si trovi circuito di matching

# COMPONENTI DISCRETI - Esempio



## COMPONENTI DISCRETI - Esempio

Ci sono più soluzioni. Altri criteri possono essere presi in considerazione (passa-basso, passa-alto, Q alto, Q basso, valori dei componenti “ragionevoli”, ecc..)

Partendo dal punto  $Z_L$ , ci si sposta su  $r$  costante sino ad arrivare alla circonferenza di  $g=1$  (ci sono ovviamente più soluzioni, meglio se la più vicina).

Si scelga il punto A di coordinate:  $z_A = 0.2 + j 0.4$   
(coordinate della **Carta-Z**).

Nel punto simmetrico A' si osserva:  $y_A = 1 - j 2$ , sempre lette nella **Carta-Z** che, dopo questa trasformazione, è vista come **Carta-Y**.

Ci si sposta, poi, dal punto A' su circonferenza di  $g = 1$  sino al centro della Carta di coordinate (1,0).

# COMPONENTI DISCRETI - Esempio

Ricaviamo ora i valori dei componenti:

Con lo spostamento **orario** da  $Z_L$  ad A, su  $r = \text{costante}$  ( $r = 0.2$ ), la reattanza è cambiata da  $-j 1.0$  a  $+j 0.4$ .

C'è stata una variazione di reattanza di  $+j 1.4$ . ( L -serie )

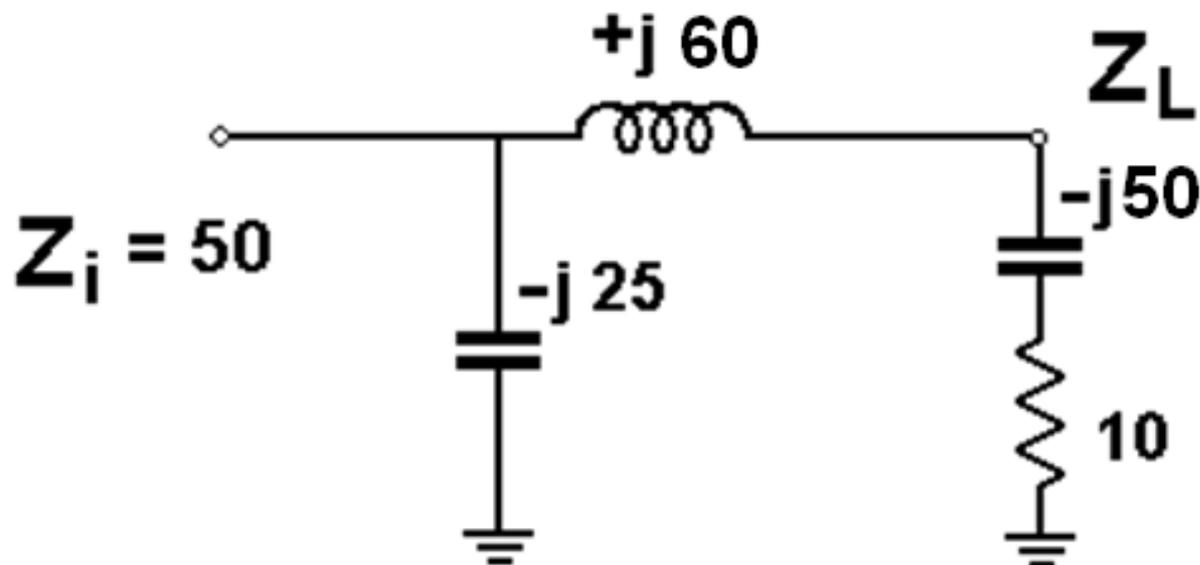
Dal punto A, si cerca per simmetria il punto A' di coordinate  $y_A = 1 - j 2$ , e, con spostamento **orario**, su  $g = \text{costante}$  ( $g = 1$ ) ci si sposta sino al centro di coordinate  $y = 1 + j 0$ . La suscettanza è cambiata da  $-j 2$  a  $j 0$ . C'è stata una variazione di suscettanza di  $+j 2.0$ . ( C - parallelo ).

Su carta delle Z, per movimenti in senso orario (variazione di x positiva) su  $r = \text{costante}$ , corrisponde l'introduzione in serie di reattanza induttiva di valore:  $X_L = 1.4 \cdot 50 = 60 \Omega$ .

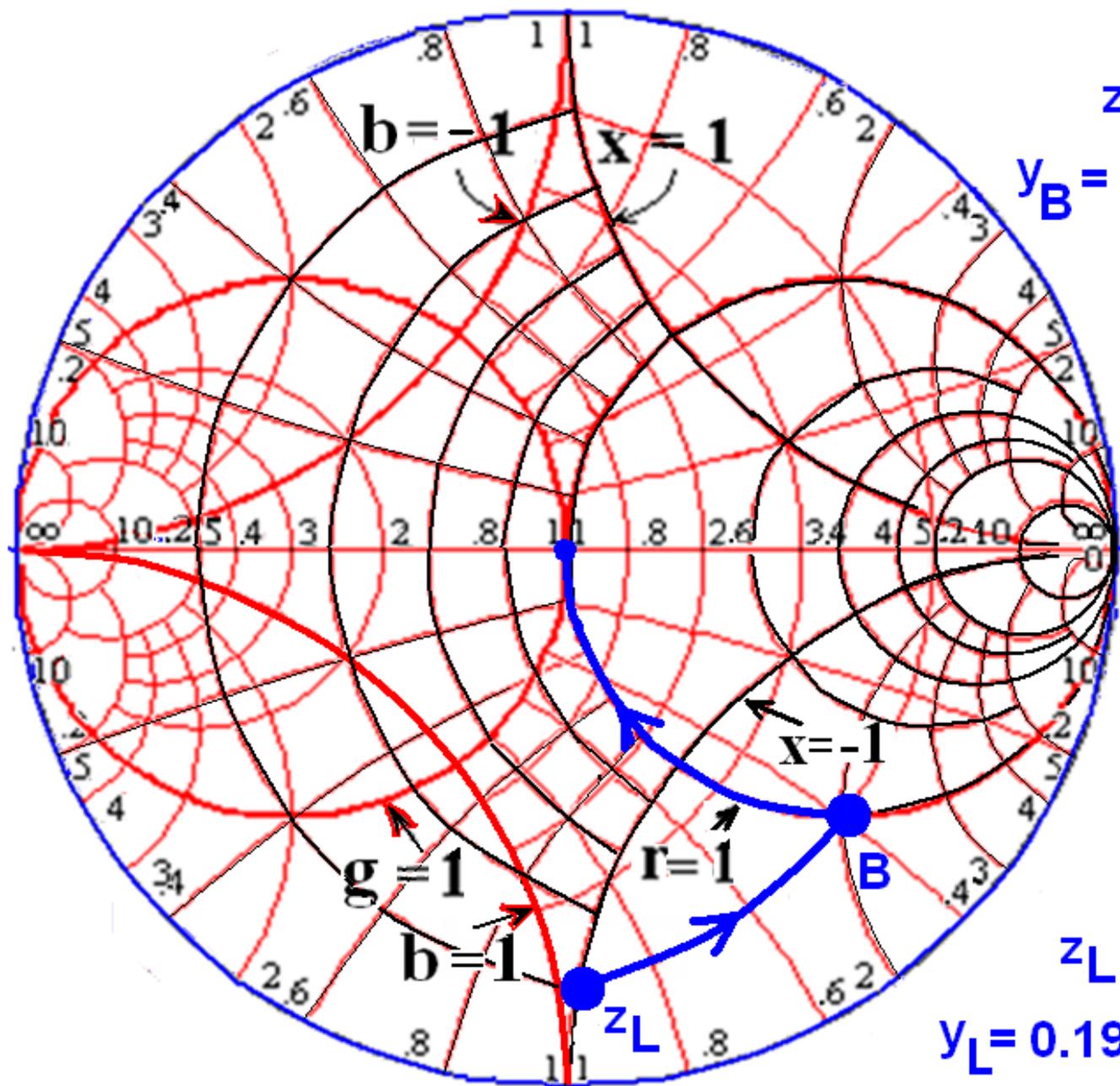
Su carta delle Y, per movimenti in senso orario (variazione di b positiva) su  $g = \text{costante}$ , corrisponde l'introduzione in parallelo di reattanza capacitiva di valore:  $x = 1/j b = 1/j 2 = -j 0.5$  che, in realtà, diviene  $X_C = -0.5 \cdot 50 = -25 \Omega$ .

## COMPONENTI DISCRETI – Esempio

Il circuito diviene:



Stesso esempio, altra soluzione.



$$z_B = 1 - j 2.05$$
$$y_B = 0.192 + j 0.393$$

$$z_L = 0.2 - j 1$$
$$y_L = 0.192 + j 0.961$$

Dal punto  $z_L = 0.2 - j 1$  ( $y_L = 0.192 + j 0.961$ ) ci si sposta su  $g = \text{costante} = 0.192$  sino a raggiungere il punto B (intersezione con  $r = 1$ ) di coordinate:

$$z_B = 1 - j 2.05 \quad \text{e} \quad y_B = 0.192 + j 0.393.$$

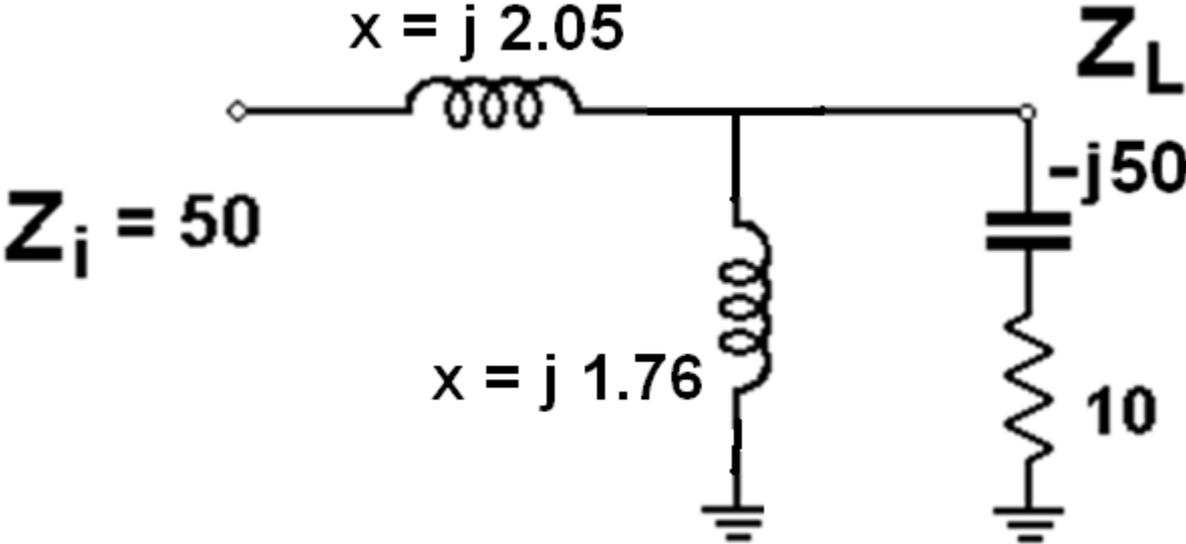
La variazione della suscettanza è:  $\Delta b = j 0.393 - (j 0.961) = -j 0.568$  a cui corrisponde una  $z = 1/b = 1/(-j 0.568) = +j 1.76$  (reattanza induttiva del componente in parallelo).

Dal punto B, procedendo su  $r = \text{costante} = 1$ , si arriva al centro della Carta.

La variazione di  $x$  data dal componente in serie è:

$$\Delta x = 0 - (-j 2.05) = +j 2.05 \quad (\text{reattanza induttiva del componente serie}).$$

Il circuito diviene:



**CARTA IMPEDENZE**  
componenti in serie

**CARTA AMMETTENZE**  
componenti in parallelo

spostamento su  $r = \text{costante}$

senso orario



**INDUTTANZA**

spostamento su  $g = \text{costante}$

senso orario



**CONDENSATORE**

spostamento su  $r = \text{costante}$

senso antiorario



**CONDENSATORE**

spostamento su  $g = \text{costante}$

senso antiorario

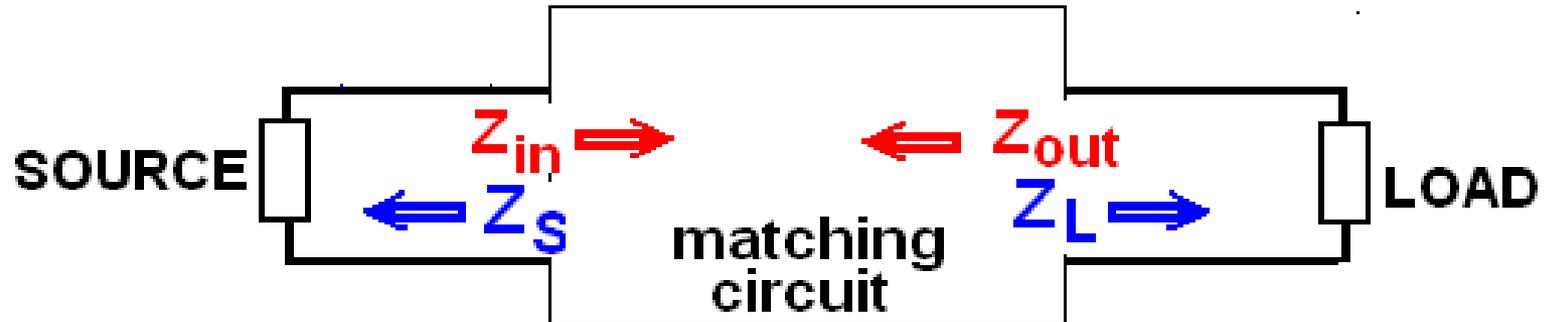


**INDUTTANZA**

## DEFINIZIONE IMPEDENZE

Il circuito di matching deve riuscire ad accoppiare le impedenze del generatore e l'impedenza del carico per il migliore funzionamento (max. trasferimento di potenza, generalmente).

Per max. trasferimento:  $Z_{in} = Z_S^*$  e  $Z_{out} = Z_L^*$



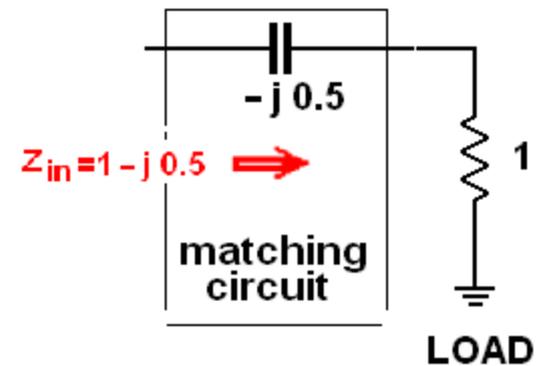
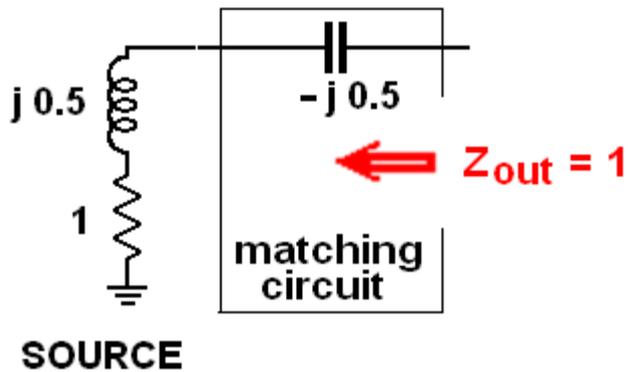
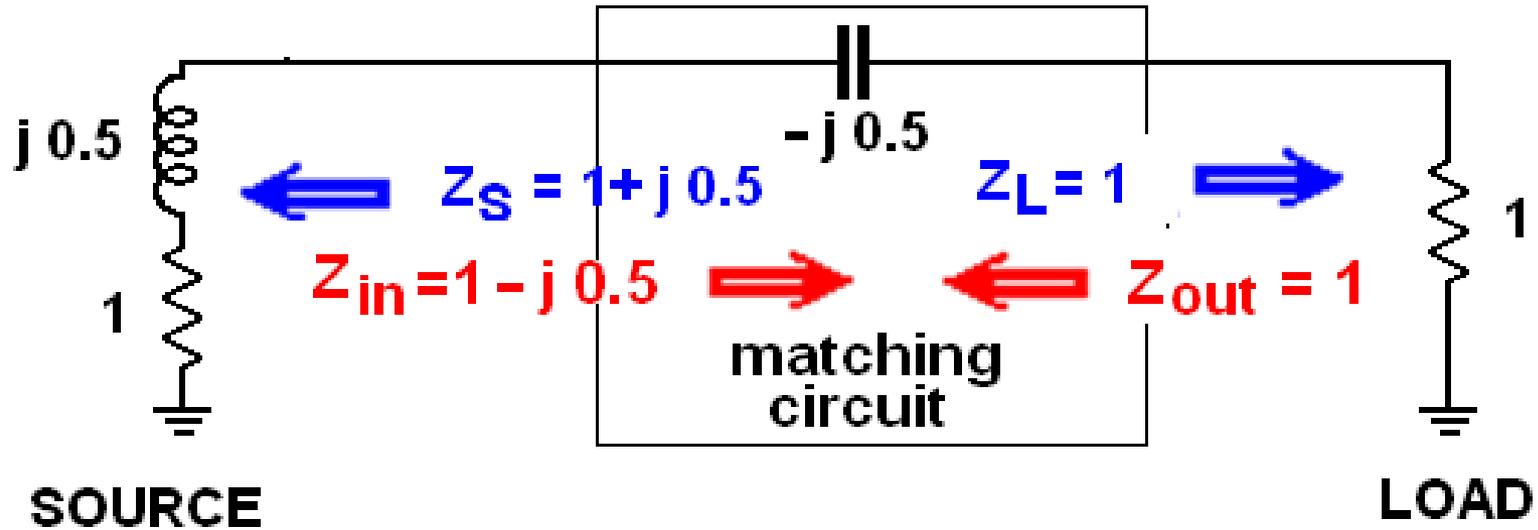
$Z_S$  = impedenza della sorgente esterna

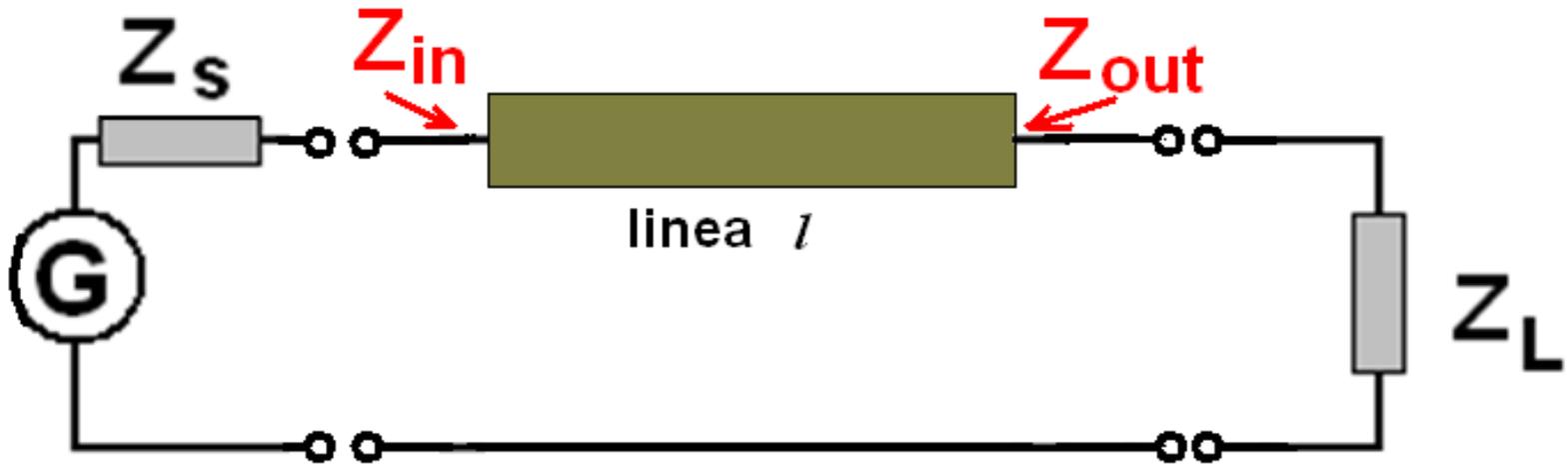
$Z_{in}$  = impedenza d'ingresso del circuito di matching

$Z_L$  = impedenza del carico esterno

$Z_{out}$  = impedenza di uscita del circuito di matching

ESEMPIO – perfect matching:



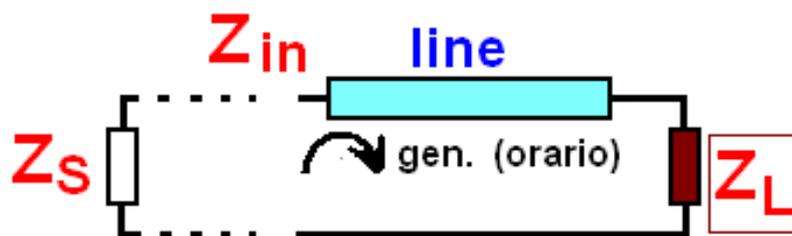


In caso di perfect matching  $Z_s$  è complesso coniugato di  $Z_{in}$  così come  $Z_L$  e complesso coniugato di  $Z_{out}$

Utilizzando la Carta di Smith è molto in uso partire dal valore  $Z_L$  e, muovendo in senso orario (verso il generatore) per una lunghezza  $l$ , si trova il valore  $Z_{in}$ .

Altre pratiche possibilità sono indicate di seguito

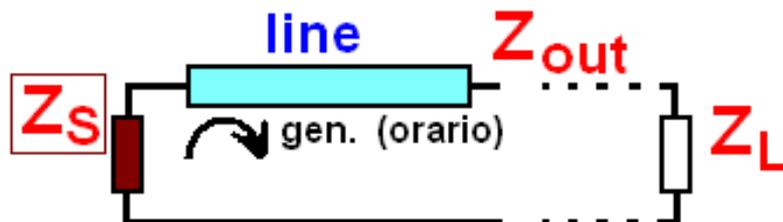
da  $Z_L$  a  $Z_{in}$



in caso di  
conjugate matching

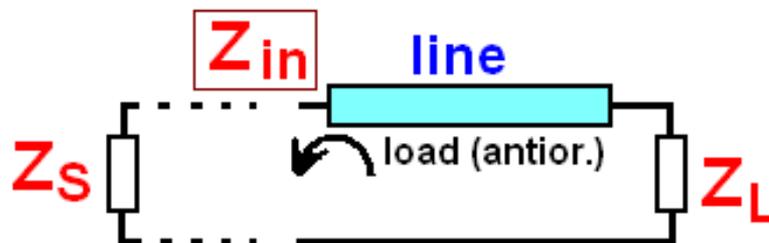
$$Z_S = Z_{in}^*$$

da  $Z_S$  a  $Z_{out}$



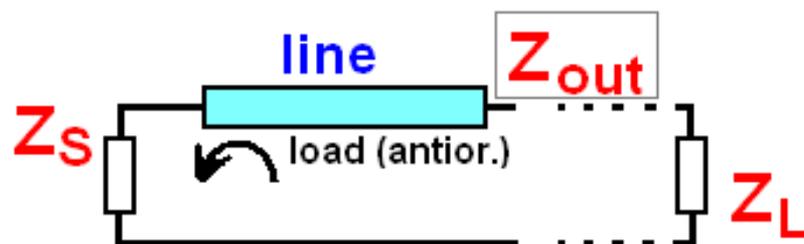
$$Z_L = Z_{out}^*$$

da  $Z_{in}$  a  $Z_L$

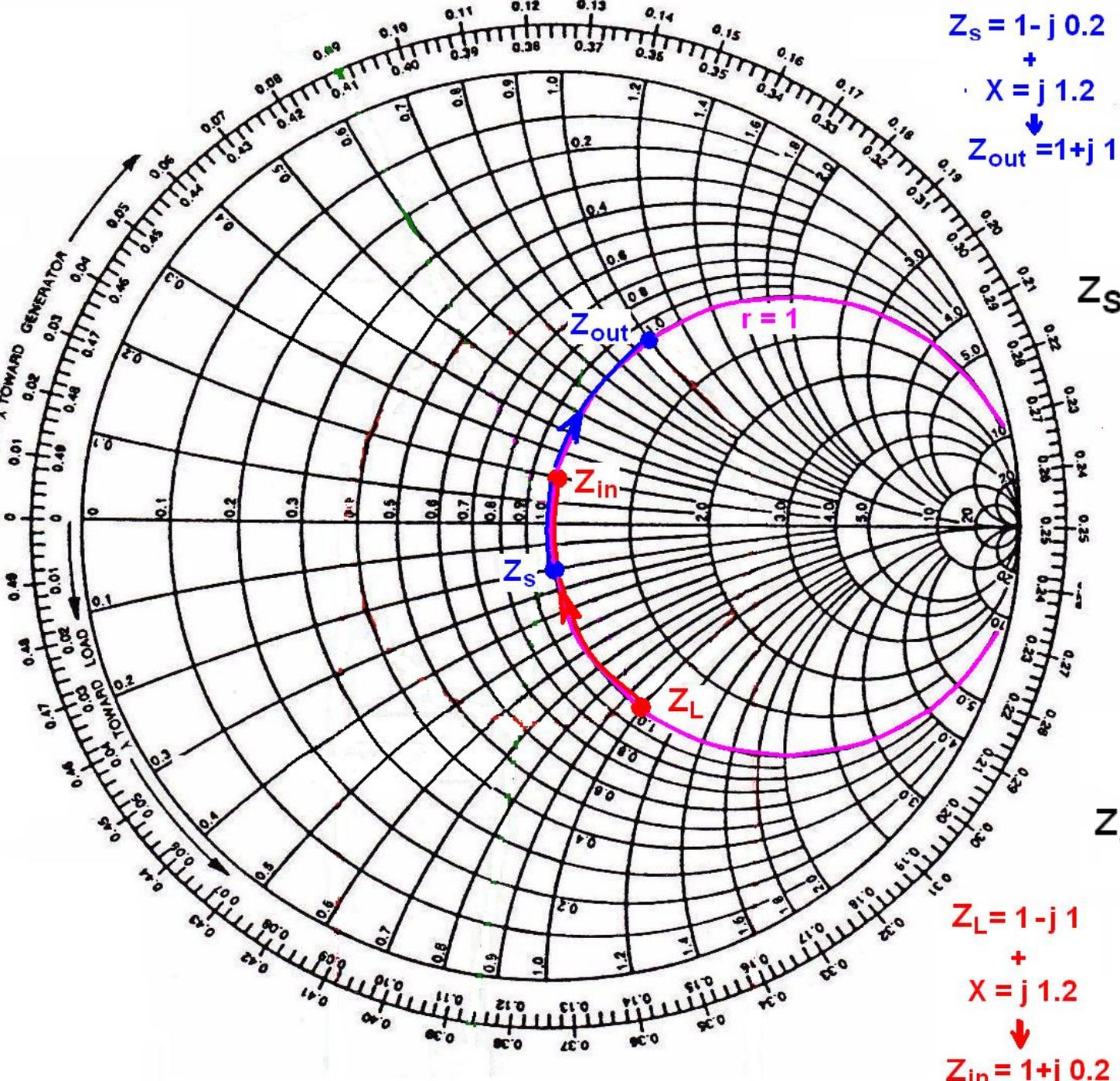


$$Z_{in} = Z_S^*$$

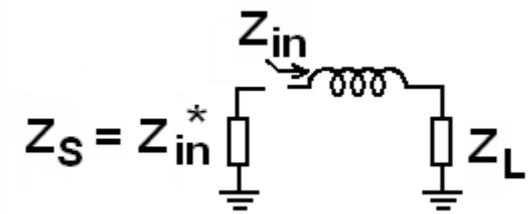
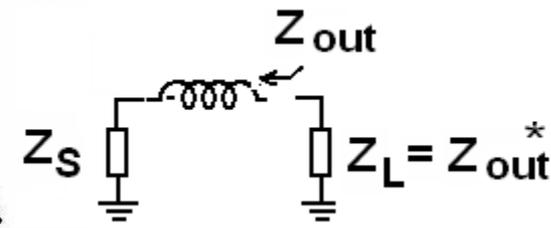
da  $Z_{out}$  a  $Z_S$



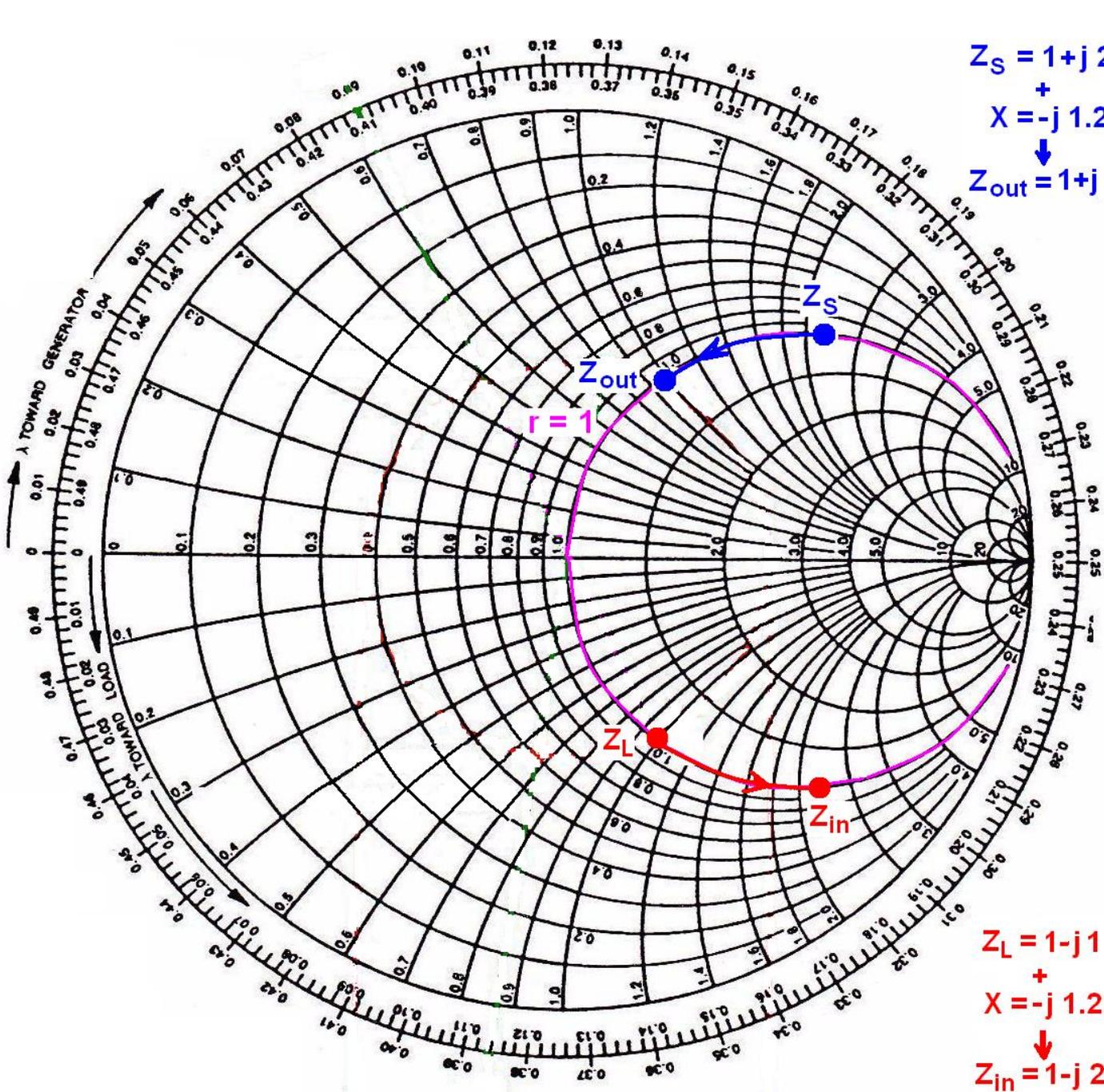
$$Z_{out} = Z_L^*$$



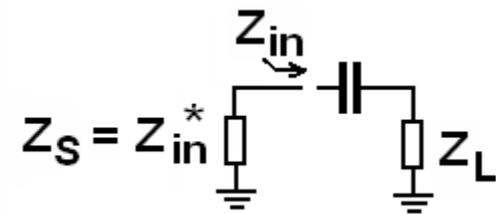
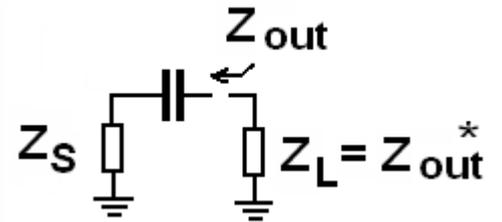
da  $Z_s$  a  $Z_{out}$



da  $Z_L$  a  $Z_{in}$

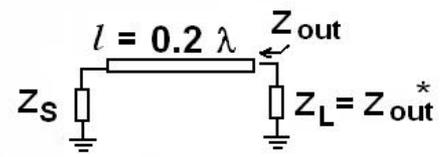


da  $Z_S$  a  $Z_{out}$



da  $Z_L$  a  $Z_{in}$

da  $Z_S$  a  $Z_{out}$

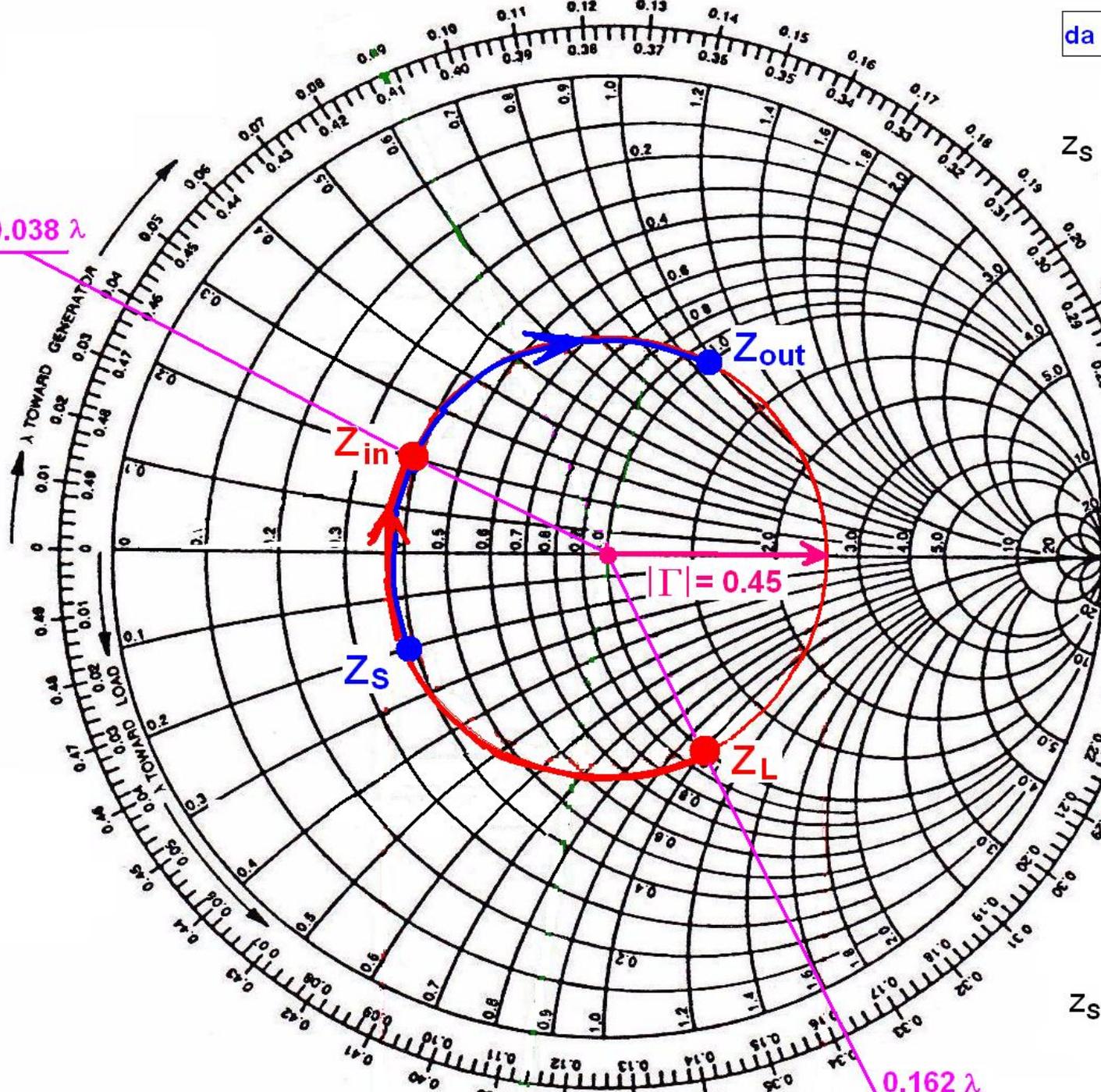


$$Z_S = 0.4 - j0.2$$

$$+ l = 0.2 \lambda$$

$$\downarrow$$

$$Z_{out} = 1 + j1$$

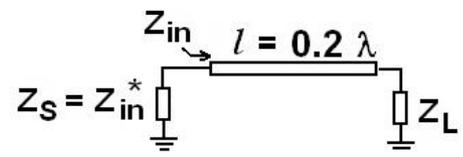


$$Z_L = 1 - j1$$

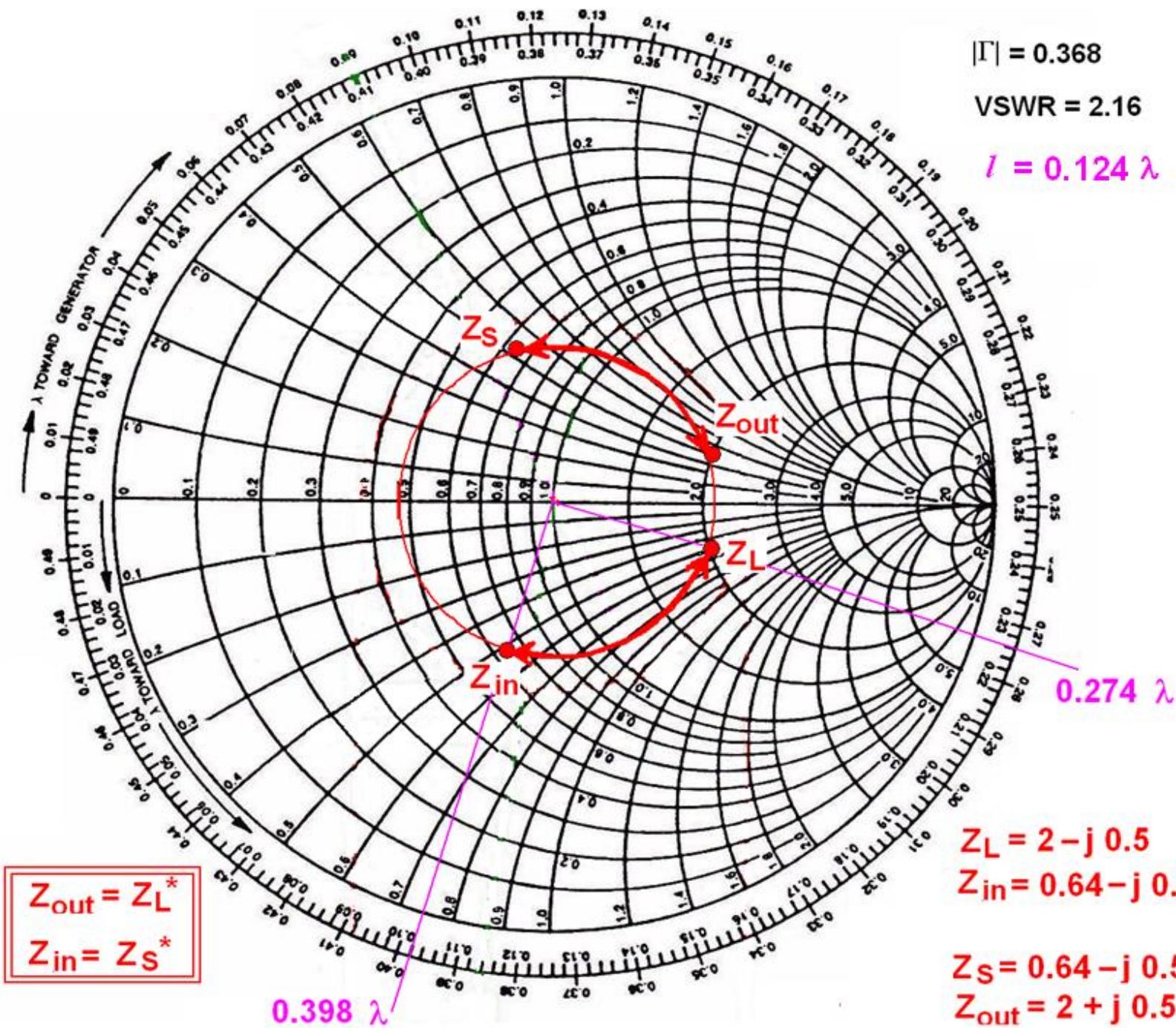
$$+ l = 0.2 \lambda$$

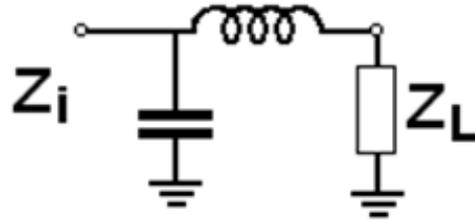
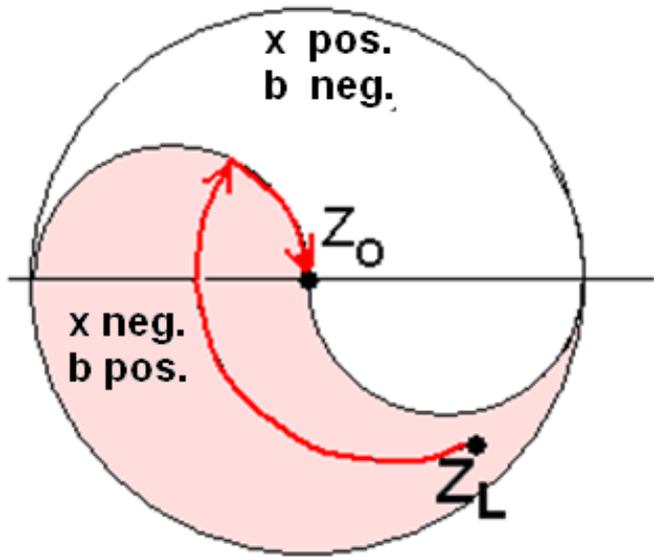
$$\downarrow$$

$$Z_{in} = 0.4 + j0.2$$

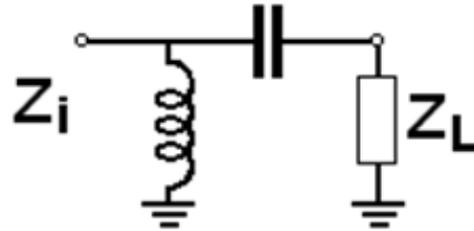
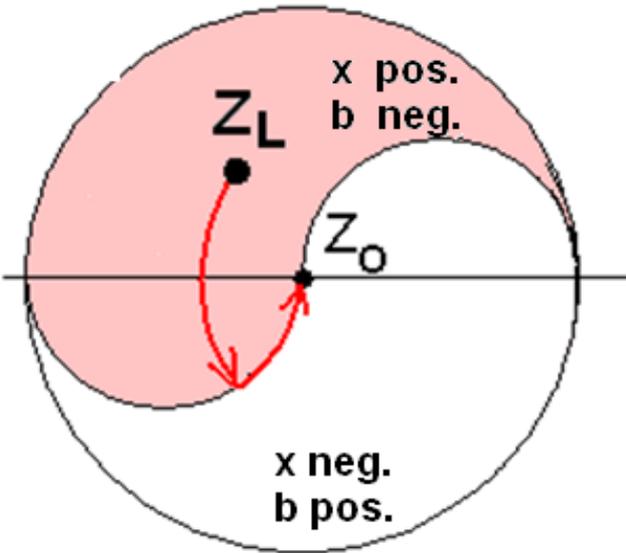


da  $Z_L$  a  $Z_{in}$



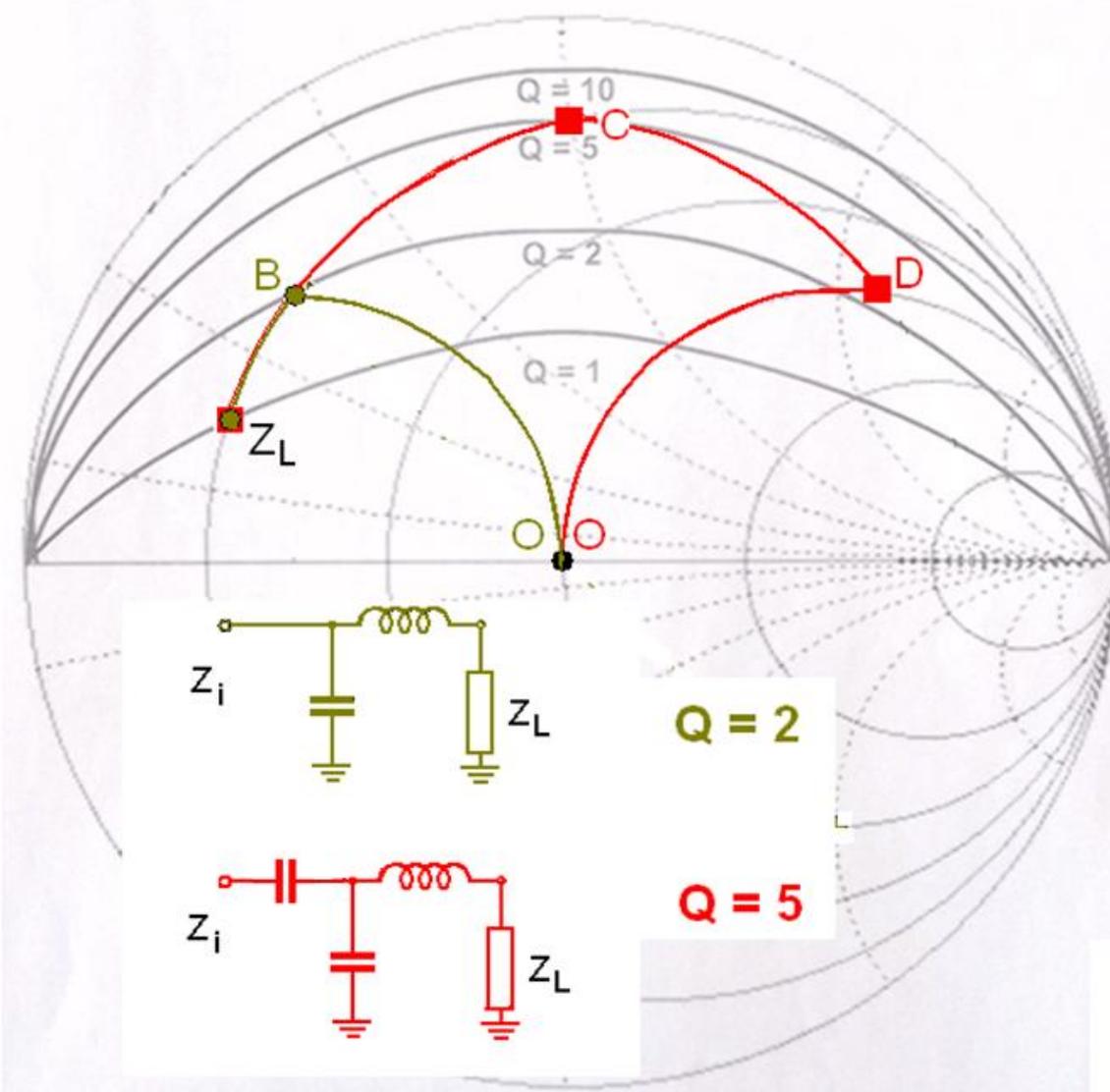


Alcune semplici reti a 2 componenti; la parte in colore è facilmente ed utilmente adattabile.



Una descrizione più completa è presentata, per esempio, su:  
The ARRL UHF/Microwave Experimenter's Manual

## VARIETA' DI CIRCUITI DI MATCHING



Partendo dal punto  $Z_L$  si può raggiungere il centro della Carta in vari modi, sia con passa-basso sia con passa-alto. Sono indicate due possibilità (circuitto oliva, con 2 componenti e circuito rosso con 3 componenti).

**Il circuito oliva presenta un  $Q = 2$**

**Il circuito rosso presenta un  $Q = 5$ .**

# LINEA CON ATTENUAZIONE

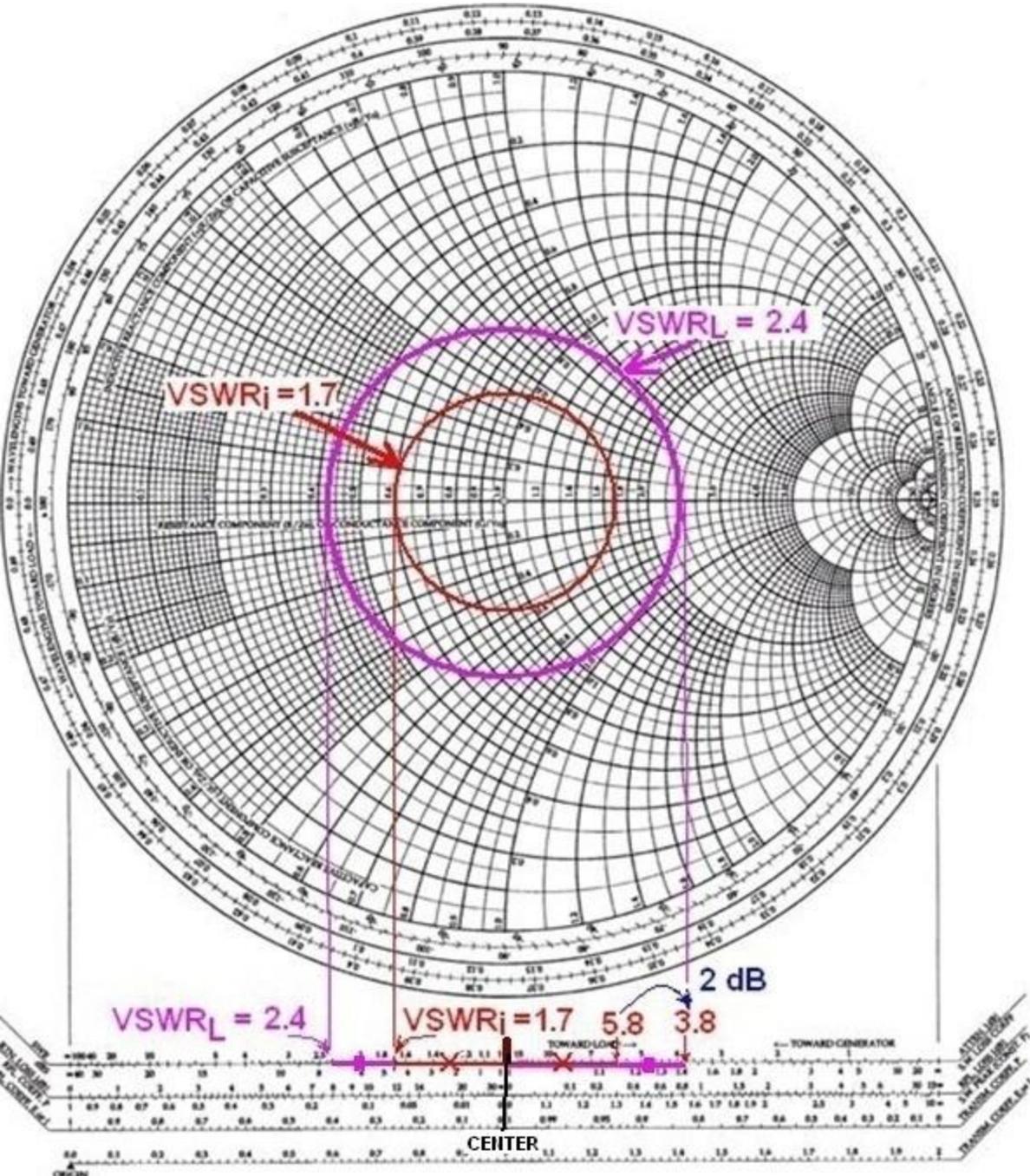
Se la linea presenta attenuazione  $A$  (in dB), il VSWR misurato all'ingresso ed il VSWR misurato al carico differiscono. La misura di VSWR all'ingresso è sempre “migliore” del VSWR misurato al carico.

Nella Carta di Smith la circonferenza del VSWR all'ingresso ha raggio più piccolo di quella del VSWR al carico di un ammontare indicato dalla scala ATTENUATION (dB) .

Occorre utilizzare i “verso il carico” oppure “verso il generatore” a seconda del dato iniziale disponibile.

**Esempio:** linea con  $A=2$  dB  
e  $VSWR_i = 1.7$ .

Quanto è il VSWR al carico ?



Tracciare la circonferenza di raggio  $VSWR=1.7$  attorno al centro della Carta.  
Riportare la stessa lunghezza del raggio sulla scala in basso del VSWR. ( $VSWR_i = 1.7$ )  
Ribaltare il segmento ottenuto dal CENTRO e VERSO IL CARICO sulla scala ATTENUATION (dB).  
Si può leggere l'indicazione 5.8.  
A questa indicazione occorre togliere il valore  $A$  (in dB).  
Si ottiene:  $5.8 - 2 = 3.8$ .  
Ribaltare il segmento ottenuto dal centro sulla scala VSWR.  
Si ottiene il valore  $VSWR_L = 2.4$

# LINEA CON ATTENUAZIONE

In questo esempio, quindi, ad una misura di  $VSWR_i = 1.7$  su una linea che presenta un'attenuazione (in assenza di ROS) di  $A = 2$  dB, corrisponde un VSWR misurato al carico di  $VSWR_L = 2.4$  .

# Spezzoni di linea come elementi circuitali

Uno spezzone di linea cortocircuitato ad un estremo si comporta come una reattanza induttiva, se più corto di  $\lambda/4$  .  
All'estremo la impedenza è  $Z_L=0+j0$  (Punto A).

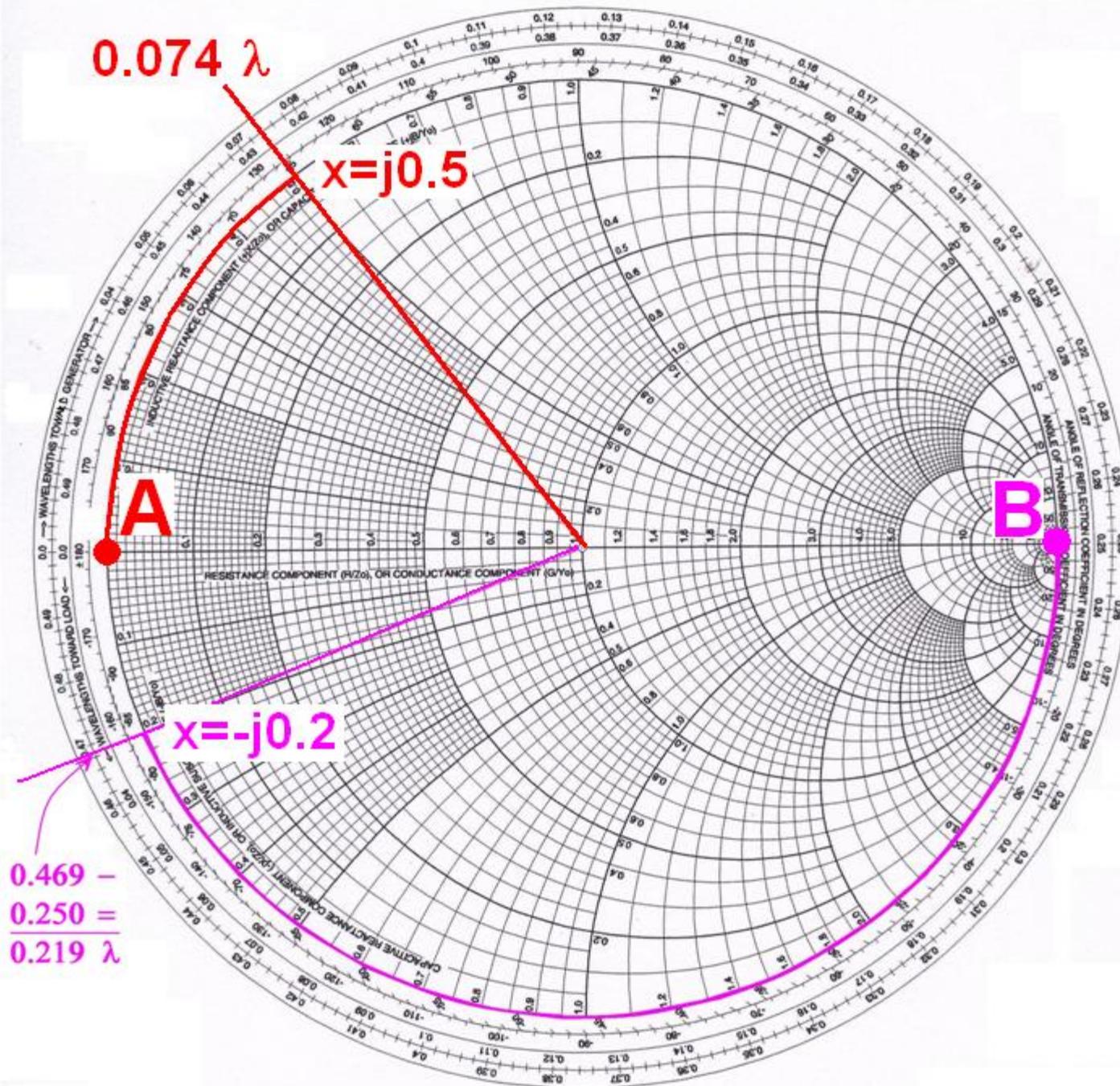
Uno spezzone di linea aperto ad un estremo si comporta come una reattanza capacitiva, se più corto di  $\lambda/4$  .  
All'estremo la impedenza è  $Z_L= \infty$  (Punto B).

## **Esempio:**

una microstrip di impedenza caratteristica  $Z_0 = 400 \Omega$ , lunga  $l = 0.074 \lambda$  e cortocircuitata ad un estremo presenta all'altra estremità una reattanza induttiva (tralasciando le perdite resistive). Il suo valore è ottenibile dalla Carta tracciando una semiretta dal centro per il valore  $l = 0.074 \lambda$  (scala delle "lambda verso il generatore", partendo dal Punto A) che taglia la circonferenza esterna al valore  $z = 0 + j 0.5$  (sulla Carta, in rosso).

Vista la  $Z_0 = 400 \Omega$ , questa strip si comporta come una reattanza induttiva di  $X = x \cdot Z_0 = 0.5 \cdot 400 = 200 \Omega$ .

# Spezzoni di linea come elementi circuitali



# Spezzoni di linea come elementi circuitali

**Esempio:** in un secondo esempio (sulla Carta, in lilla) sia una linea aperta, di lunghezza  $l = 0.219 \lambda$  (si inizi a misurare le lunghezze dal punto B) e di impedenza caratteristica  $Z_0 = 600 \Omega$ .

Occorre spostarsi sulla Carta dal Punto B per una lunghezza desiderata di  $l = 0.219 \lambda$ . Il punto B ha già coordinata  $0.25 \lambda$ , pertanto occorre trovare il punto di coordinata:  $0.25 + 0.219 = 0.469$  sulla scala delle "lambda verso il generatore". Da qui tracciare una semiretta per il centro della Carta che taglierà la circonferenza esterna nel punto di reattanza  $x = -j 0.2$ .

Vista la impedenza caratteristica  $Z_0 = 600 \Omega$ , questo spezzone si comporta come una reattanza capacitiva:

$$X = x \cdot Z_0 = 0.2 \cdot 600 = 120 \Omega .$$

## MATCHING CON SINGOLO STUB

Si consideri una linea terminata con un carico generico  $Z_L$  che determinerà un certo valore di VSWR lungo la linea stessa. L'impedenza vista da un punto qualunque della linea cambierà in funzione del VSWR, dal valore di  $Z_L$  e dalla distanza dal carico.

In un qualche punto della linea l'ammettenza normalizzata  $y=1/x$  assumerà un valore del tipo  $y = 1 + j b$

Se, in questo punto (ce ne possono essere tanti; scegliamo il più vicino al carico), inseriamo in parallelo alla linea uno stub che presenti suscettanza  $-jb$ , determineremo sulla linea una ammettenza:  $y = (1+jb)-jb = 1$  ed otterremo, così, un matching perfetto.

Il tutto è ovviamente legato alla lunghezza d'onda, ovvero utilizzabile per un intervallo di frequenze limitato.

# MATCHING CON SINGOLO STUB

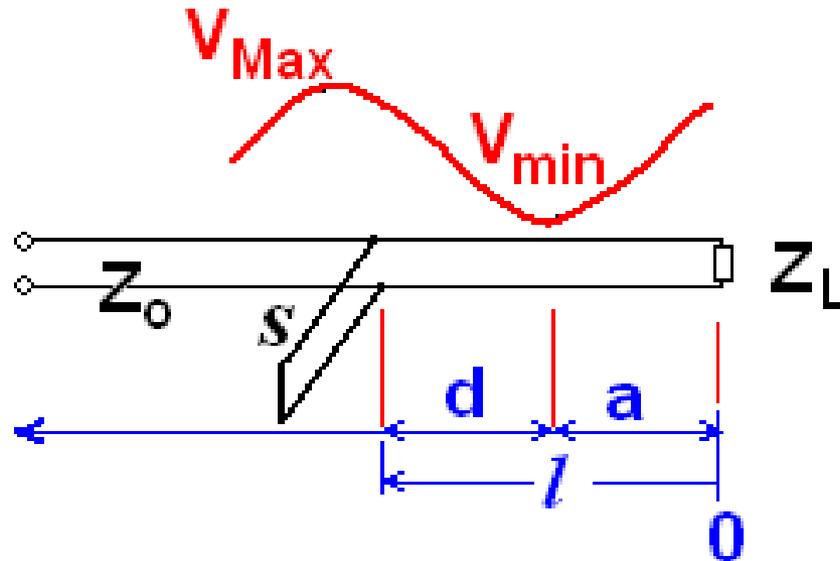
Per trovare questo punto con  $\text{Re}(y)=1$ , o si conosce il valore di  $Z_L$  (e, quindi, il coefficiente di riflessione al carico) ed utilizzare il calcolo, oppure si può procedere sperimentalmente nel modo seguente:

-) trovare il punto più vicino al carico dove la tensione in linea è minima. In questo punto l'impedenza sulla linea è reale e ha modulo minore di  $Z_0$ . Così pure l'ammettenza è reale e così il coefficiente di riflessione che è reale e negativo. In questa situazione, normalizzando, si ha:

$$y = \frac{1 - \Gamma(l)}{1 + \Gamma(l)} = \frac{1 + |\Gamma(l)|}{1 - |\Gamma(l)|} = \text{VSWR} \quad z = \frac{1}{\text{VSWR}}$$

# MATCHING CON SINGOLO STUB

-) trovato il punto di minima tensione (a distanza  $a$  dal carico), occorre calcolare la distanza  $d$  dal punto di minimo dove l'ammettenza normalizzata è  $y = 1 + j b$  .



Questo punto si calcola con [ 1 ]:

$$d = \frac{\lambda}{4\pi} \operatorname{acos}\left(\frac{VSWR - 1}{VSWR + 1}\right)$$

# MATCHING CON SINGOLO STUB

-) è sufficiente inserire in parallelo alla linea, proprio in questo punto, uno stub di pari ammettenza, ma di segno opposto per ottenere un matching perfetto.

La lunghezza dello stub in corto, pure si calcola con [1] :

$$s = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{atan} \left( \frac{\sqrt{\text{VSWR}}}{\text{VSWR} - 1} \right)$$

## MATCHING CON SINGOLO STUB

**Esempio:** sia una linea di  $Z_0=50 \Omega$  caricata con  $Z_L= 16.66 +j 0$  (reale, ma non matched).

Il coefficiente di riflessione al carico è  $\Gamma = -0.5$  ed il  $VSWR = 3$ .

La tensione  $V_{\min}$ , in questo esempio, è proprio al carico.

Quindi,  $a = 0$ .

Si può calcolare, ora, la distanza  $d$  dove l'impedenza normalizzata è  $y = 1$  :

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \operatorname{acos}\left(\frac{3-1}{3+1}\right) = \frac{1}{4\pi} \operatorname{acos}(0.5) = 0.0833$$

# MATCHING CON SINGOLO STUB

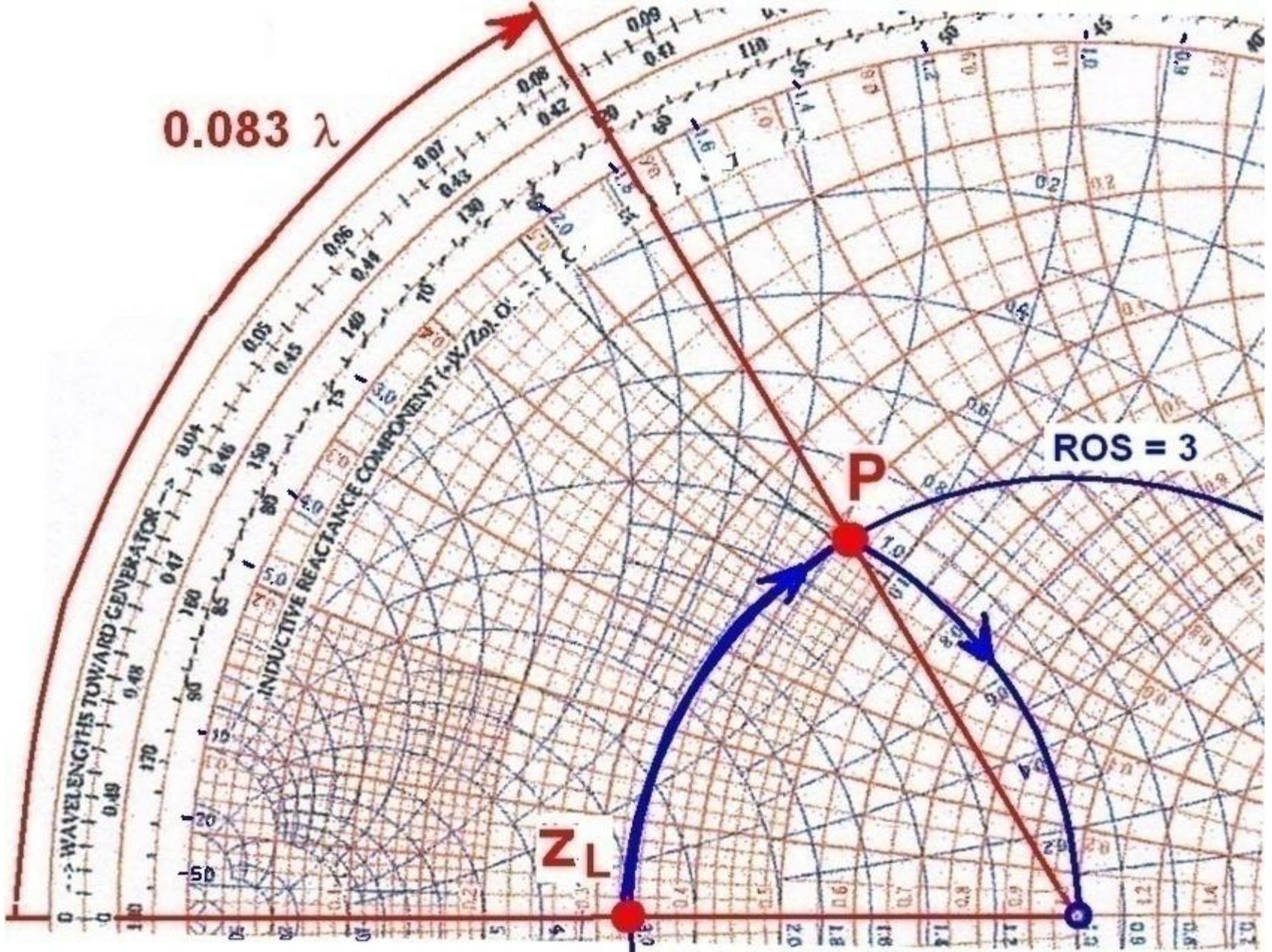
oppure , si può utilizzare la Carta di Smith:

Partendo dal carico  $Z_L$  con  $z = 0.3 + j 0$  sul circolo  $VSWR=3$  si trova il punto di intersezione con la curva  $g = 1$ .  
(Punto P:  $z = 0.42 + j 0.49$  ovvero  $y = 1 - j 1.175$  ).

L'angolo sotteso è di  $0.0833 \lambda$  . Questa è la distanza  $d$  (in  $\lambda$ ) del punto sulla curva dove  $g=1$ .

In questo punto P la suscettanza è  $b = -1.175$  che potrà essere neutralizzata con una suscettanza aggiunta in parallelo di  $b = 1.175$ . (capacitiva). In questo modo si raggiunge il centro della Carta ( $1 + j 0$ ).

Occorre una capacità normalizzata in parallelo di  $x_c = 1/1.175 = 0.851$  ovvero  $X_c = x_c \cdot 50 = 42.5 \Omega$ .



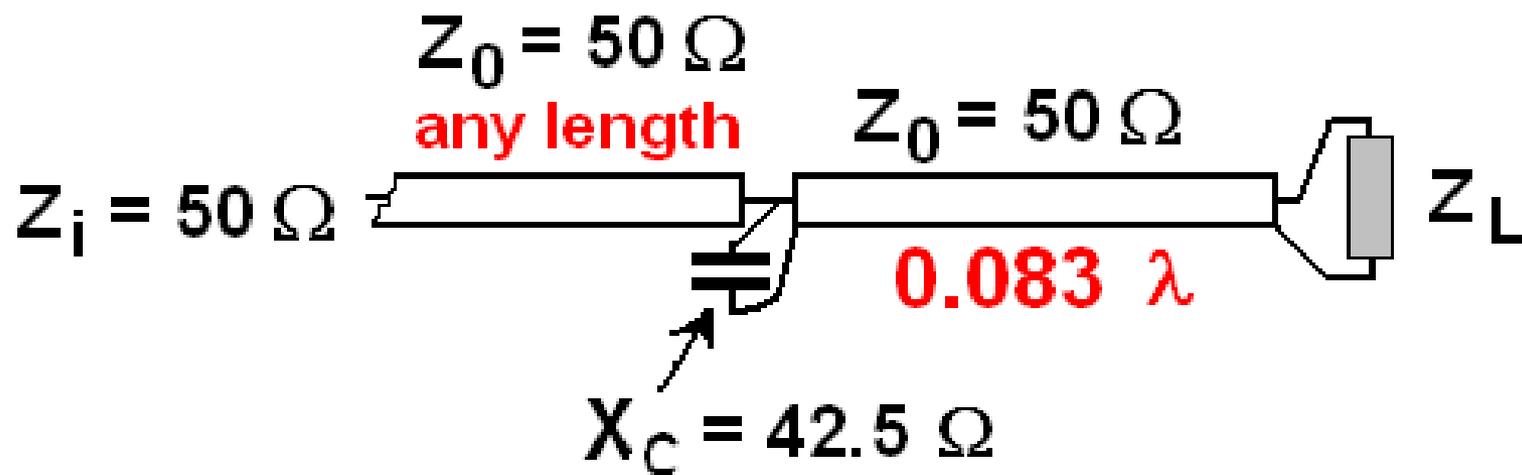
$Z_L$ )  $z = 0.33 + j0$

$y = 3 - j0$

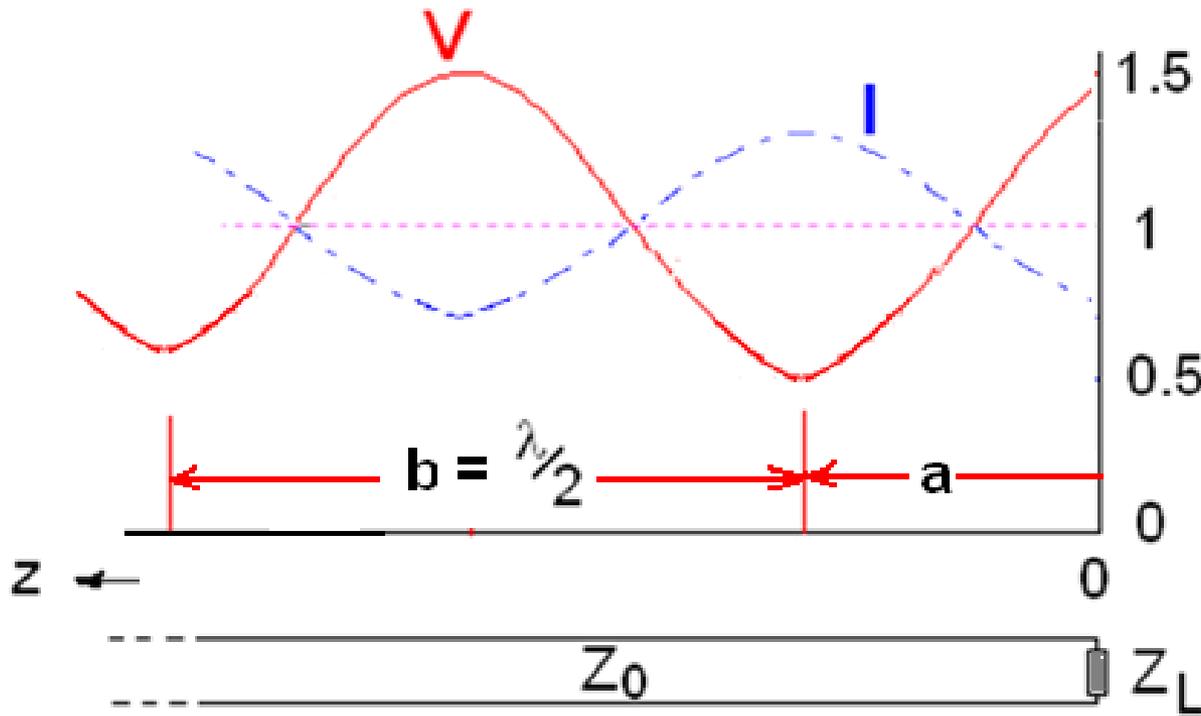
$P$ )  $z = 0.42 + j0.49$

$y = 1 - j1.175$

L'uso della Carta bicolore delle Impedenze e delle Ammettenze permette di avere, per ogni punto, il valore di  $Z$  e di  $Y$  contemporaneamente, senza bisogno di ricerche geometriche.



# Ricerca di $Z_L$ conoscendo il pattern della V in linea



**Esempio di pattern delle V e I lungo una linea con ROS e senza attenuazione.**

**NOTA – I minimi sono più “appuntiti”  
Ricerca sperimentale più precisa !**

**Esempio:**

**sia  $VSWR=3$  , la distanza del primo minimo dal carico  $a = 200$  cm, la distanza tra minimi adiacenti  $b = 500$  cm . L'impedenza  $Z_0 = 300 \Omega$ .**

**Trovare  $Z_L$ .**

## Ricerca di $Z_L$ conoscendo il pattern della $V$ in linea

La impedenza normalizzata nella posizione del minimo di  $V$  è:

$$z_1 = 1/VSWR = 0.333$$

La impedenza normalizzata a livello del massimo di  $V$  è:

$$z_2 = VSWR = 3$$

La distanza dal carico del minimo, in radianti, è:

$$2 \pi \cdot a/(2 b) = 1.2566 \text{ rad.}$$

La distanza dal carico del minimo, in lambda, è:

$$a_\lambda = a/(2 b) = 0.2 \lambda$$

# Ricerca di $Z_L$ conoscendo il pattern della V in linea

Tracciare  $VSWR = 3$   
per  $Z_1$ .

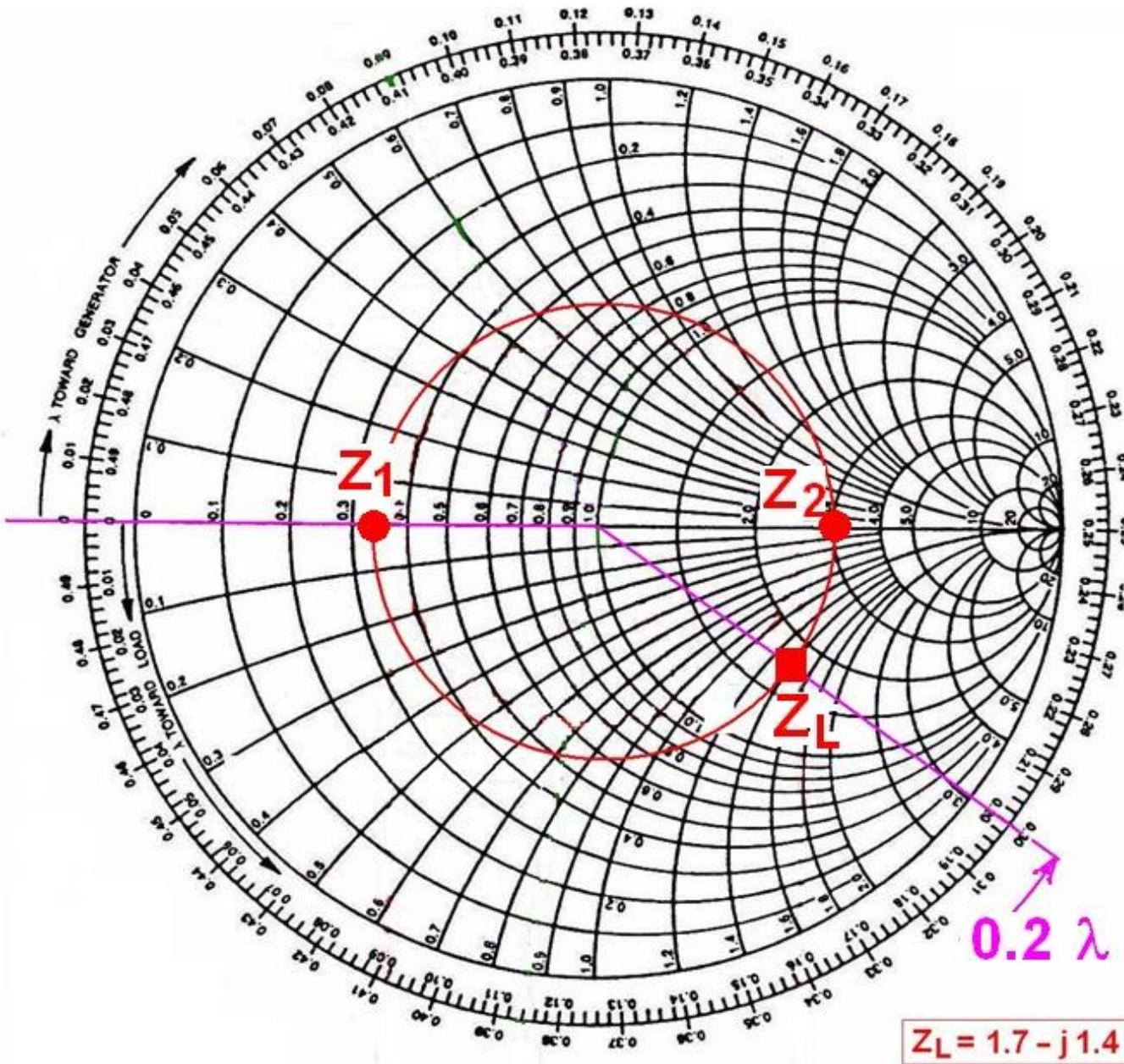
Tracciare semiretta  
per  $Z_1$  dal centro  
(passa per  $0.5 \lambda$ )

Spostare la semiretta  
da  $0.5 \lambda$  di  $0.2 \lambda$   
“verso il carico”.  
Si trova a  $0.3 \lambda$

Trovare l'incrocio con  
circonferenza  
 $VSWR=3$

Si trova il punto  $Z_L$   
(impedenza normaliz.  
del carico)

$$Z_L = 1.7 - j1.4$$



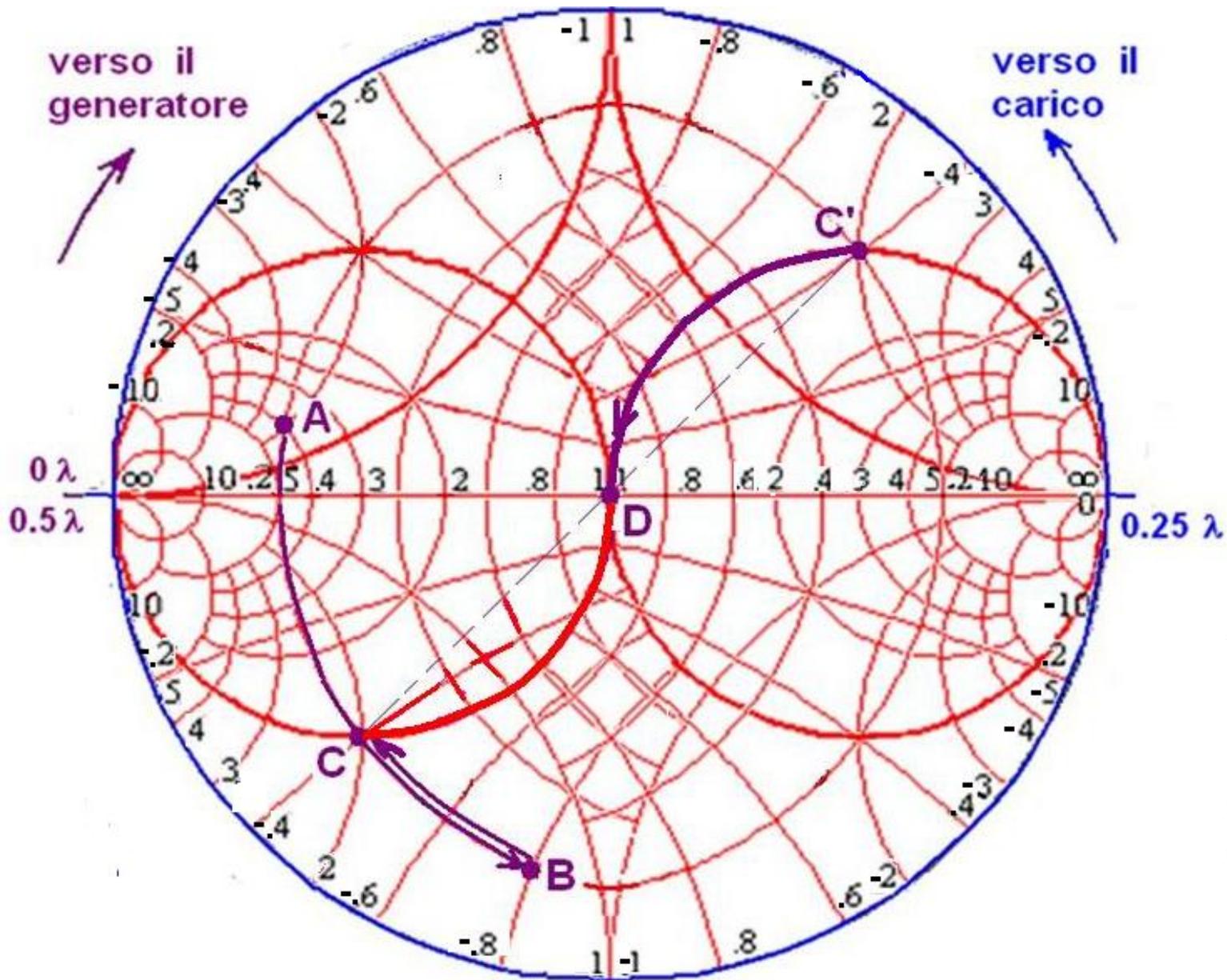
## CIRCUITO D'USCITA DI UN TRANSISTOR RF DI POTENZA

Sia l'impedenza d'uscita di un transistor RF (normalizzata a  $50 \Omega$ ) :  $Z_o = 0.2 + j 0.1$  (Punto A).

Aggiungere una  $X_C$  (reattanza negativa, quindi) in serie sino ad arrivare al punto B di coordinate:  $z = 0.2 - j 0.8$  su curva  $r$  costante, in senso antiorario (la reattanza deve risultare più negativa). Il punto B è scelto in base al Q desiderato.

Aggiungere una  $X_L$  in serie (positiva, quindi) sino a ritornare sul punto C di coordinate  $z = 0.2 - j 0.4$  che è sulla curva  $g=1$ . Il punto C', su carta delle ammettenze, ha coordinate  $y = 1/z = 1 + j 2$ .

Aggiungere in parallelo una suscettanza di  $b_L = -j 2$  in modo da cancellare la suscettanza residua. Ci si trova sul punto D di coordinate  $1 + j 0$  per adattamento perfetto.



A)  $z = 0.2 + j 0.1$

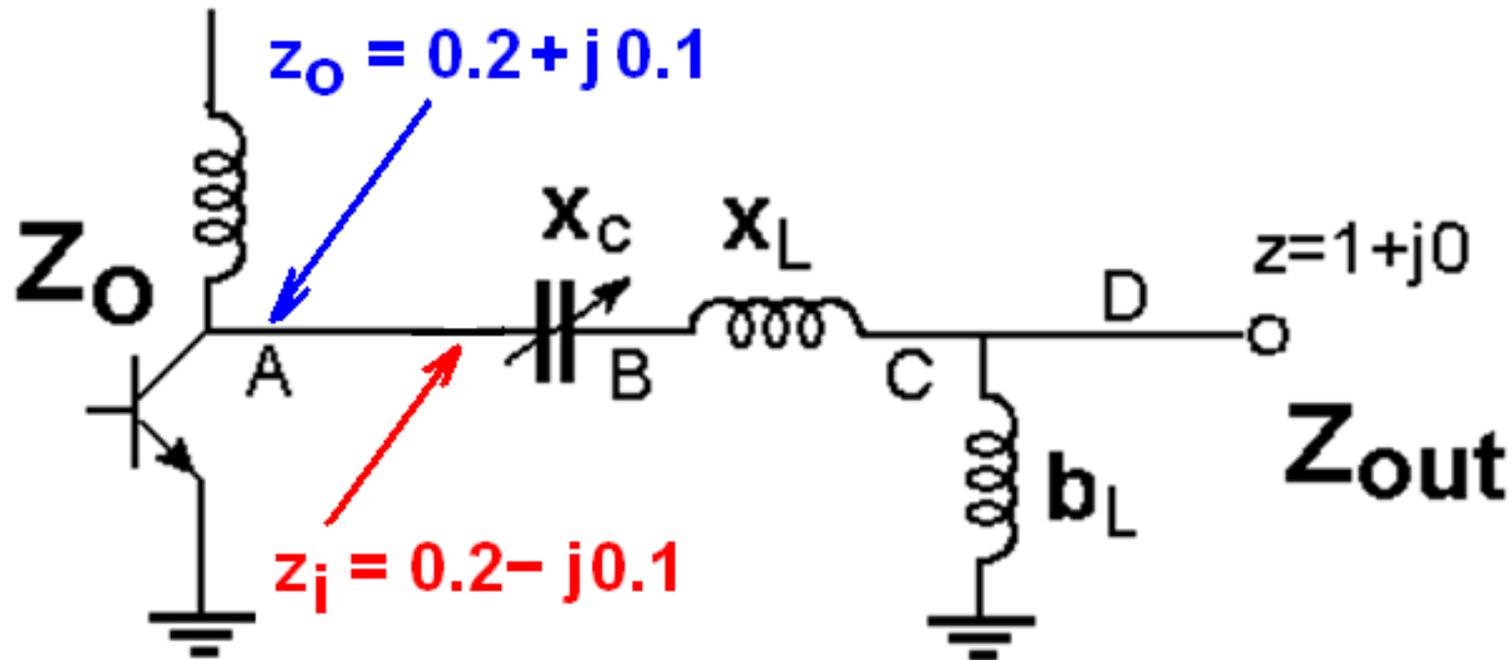
B)  $z = 0.2 - j 0.8$

C)  $z = 0.2 - j 0.4$

C')  $y = 1.0 + j 2.0$

D)  $z = 1.0 + j 0$   
 $y = 1.0 + j 0$

## CIRCUITO D'USCITA DI UN TRANSISTOR RF DI POTENZA



Circuito d'uscita risultante con  $z$  e  $b$  normalizzate.

E' una delle tante possibili scelte. Qui riportata come esempio.

## CIRCUITO D'USCITA DI UN TRANSISTOR RF DI POTENZA

Occorre ora solo ricavare i valori di  $X_C$  e di  $X_L$  e ottenere i valori di capacità ed induttanza riferiti alla frequenza di lavoro.

Da punto A a punto B è stato necessario inserire in serie una reattanza capacitiva normalizzata di  $x_C = -8 - (+1) = -0.9$

Da punto B a punto C è stato necessario inserire in serie una reattanza induttiva normalizzata di  $x_L = -0.4 - (-0.8) = 0.4$

Dal punto C' al punto D è stato necessario inserire in parallelo una suscettanza induttiva di  $b_L = 0 - (2) = -2$ .

Pertanto:

$$x_C = -0.9$$

$$x_L = 0.4$$

$$b_L = -2 \rightarrow x_L = 0.5$$

$\Delta x > 0$ INDUTTANZA	$\Delta b > 0$ CAPACITA'
$\Delta x < 0$ CAPACITA'	$\Delta b < 0$ INDUTTANZA

Dopo l'introduzione della Carta di Smith sono stati prodotti o scoperti molti dispositivi che presentano resistenza negativa: diodi tunnel, Gunn, IMPATT, maser , amplificatori parametrici, dispositivi a scarica nei gas, ecc...

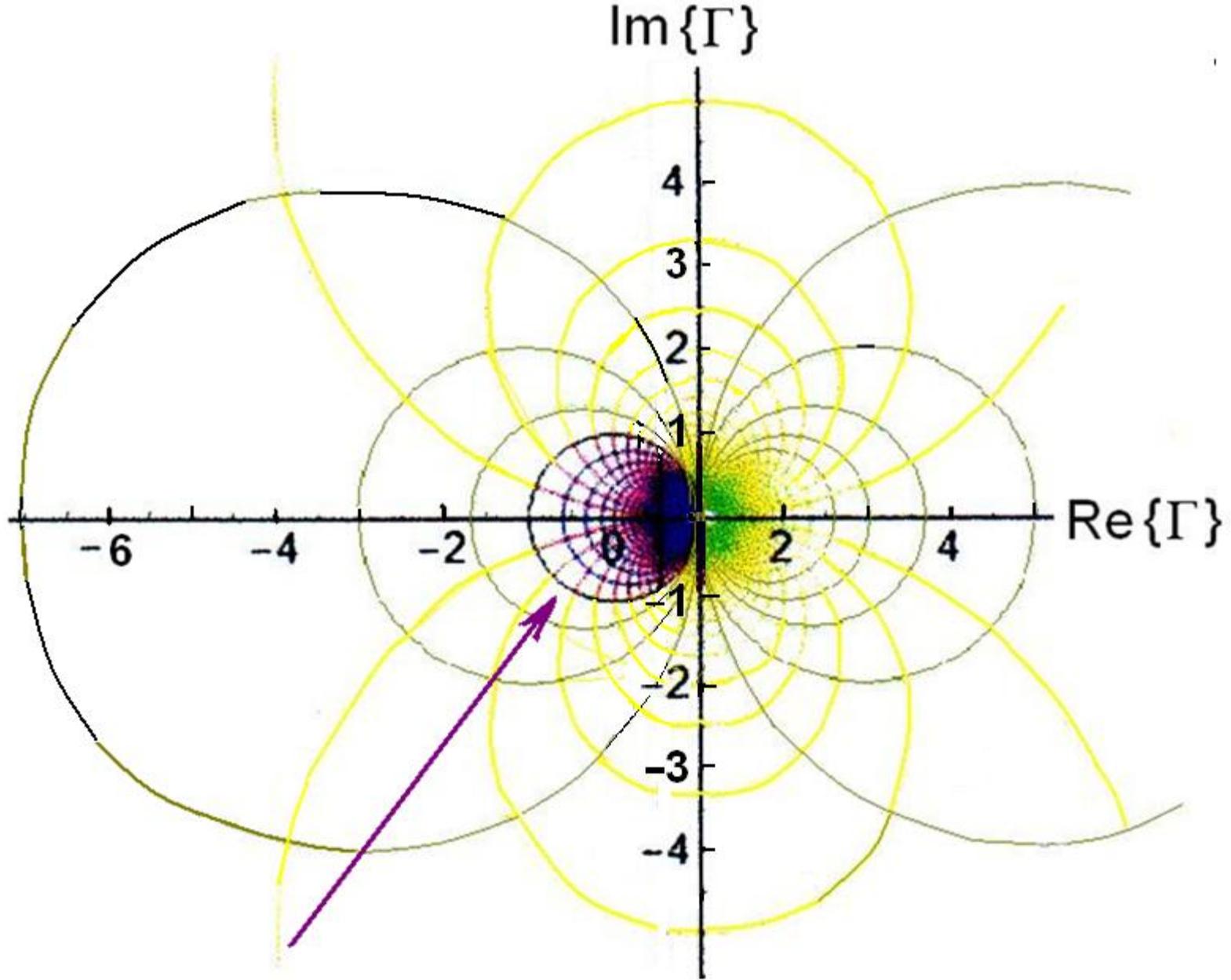
Si è studiata, quindi, la possibilità di estendere la Carta di Smith anche in queste situazioni.

Un circuito con resistenza negativa presenta un'ampiezza dell'onda riflessa che è maggiore dell'ampiezza dell'onda incidente. Il circuito, pertanto, viene normalmente un oscillatore.

Corrispondentemente il coefficiente di riflessione diviene maggiore dell'unità:  $|\Gamma| > 1$ .

I punti con  $|\Gamma| > 1$  sono posti al di fuori della Carta di Smith tradizionale che riporta  $|\Gamma| \leq 1$  (porta di uscita *stabile*).

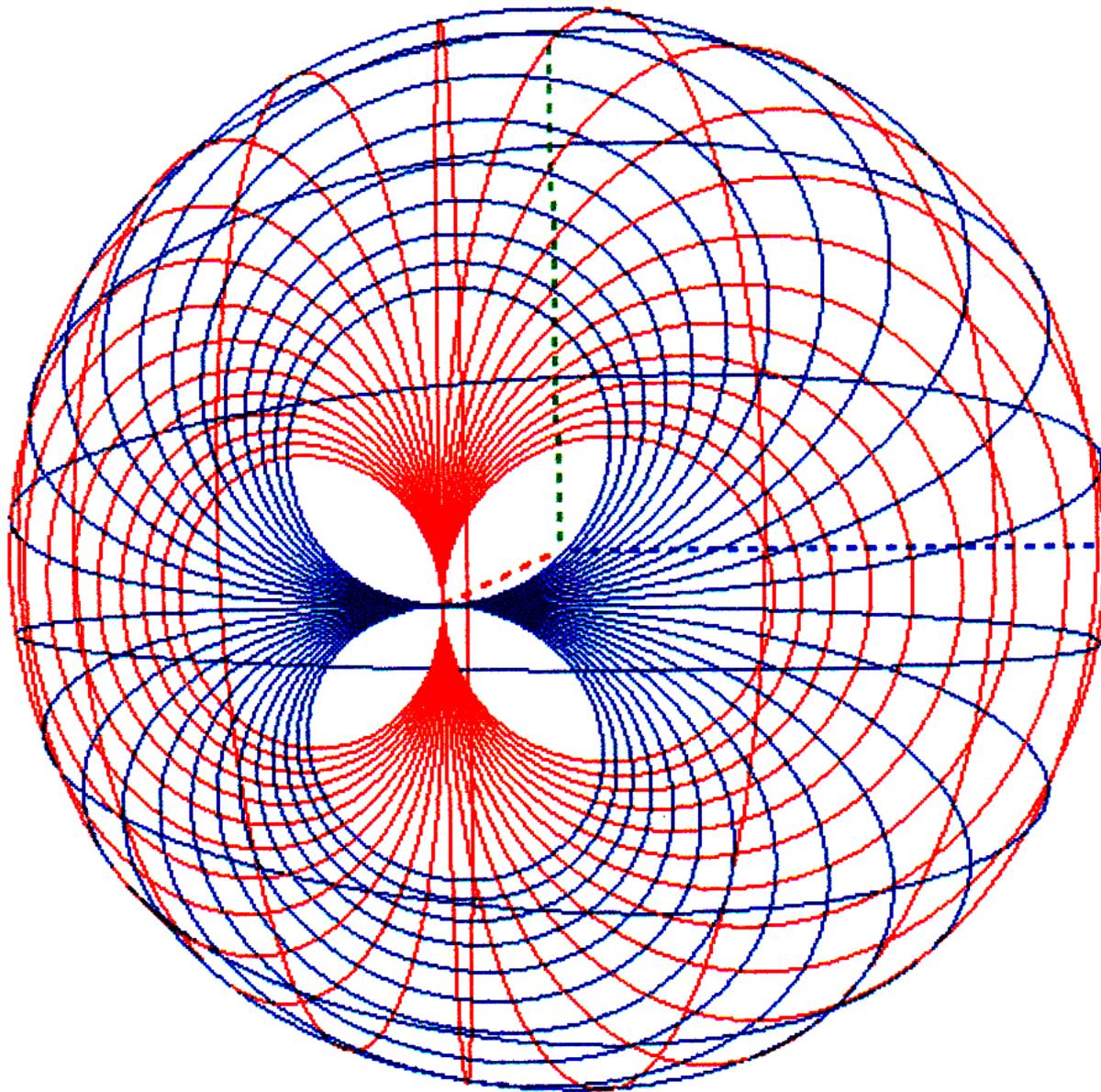
Utilizzando la trasformazione di Möbius possiamo mappare i punti di  $|\Gamma| > 1$  che giacciono al di fuori del cerchio 'canonico' di raggio unitario [7]



Cerchio del coefficiente di riflessione 'canonico'  
di raggio unitario

La Carta di Smith è stata quindi estesa per descrivere le curve di stabilità, il Noise Figure, ecc...

Le aggiunte alle tantissime applicazioni della Carta di Smith si sono succedute regolarmente nel corso degli anni sino a quando, raggiunti gli anni 2000, disponendo di computer adeguati, si è arrivati a [7] [8] [9]:



# Carta di Smith tridimensionale

[www.3dsmithchart.com](http://www.3dsmithchart.com)

Presenta potenzialità di impiego vastissime.

Nell'emisfero NORD si trovano i valori di impedenza con resistenza positiva .

Nell'emisfero SUD si incontrano i valori di resistenza negativa (amplificatori, per esempio)

Ad EST le reattanze induttive

Ad OVEST le reattanze capacitive

## BIBLIOGRAFIA

- [1] P.H.Smith, *Transmission Line Calculator* – Electronics, Vol. 12,n°1, Jan.1939
- [2] P.H.Smith, *An Improved Transmission Line Calculator* – Electronics, vol. 17, n°1, Jan. 1944
- [3] [www.ivanbortolin.it/wp-content/uploads/2012/09/smith/jpeg](http://www.ivanbortolin.it/wp-content/uploads/2012/09/smith/jpeg)
- [4] [www.dartmouth.edu/~sullivan/colorsmith.pdf](http://www.dartmouth.edu/~sullivan/colorsmith.pdf)
- [5] [www.microwaves101.com/encyclopedia/smithchart.cfm](http://www.microwaves101.com/encyclopedia/smithchart.cfm)
- [6] <https://pdfserv.maximintegrated.com/en/an/AN742.pdf>
- [7] M.J.Pérez-Peñalver, E. Sanabria-Codesal, F.Moldoveanu, A. Moldoveanu, V.Asavei, A.A.Muller, A. Ionescu , *A Review and Mathematical Treatment of Infinity on the Smith Chart, 3D Smith Chart and Hyperbolic Smith Chart* - Symmetry 10, 458 (2018)
- [8] A.A.Muller, P.Soto, D.Dascalu, V.E.Boria – *The 3D Smith Chart and its Practical Applications* - Microwave Journal, 55, 66-74 (2012)
- [9] [3dsmithchart.com/sites/default/files/resources/3dsmithchart\\_brochure\\_it.pdf](http://3dsmithchart.com/sites/default/files/resources/3dsmithchart_brochure_it.pdf)

## AUSILIO SOFTWARE

QuickSmith – programma di Carta di Smith gratuito e molto semplice

Carta di Smith originale e Carta di Smith, bicolore, per Z e Y scaricabili dal sito [ariparma.it](http://ariparma.it) → risorse → articoli tecnici.

Esercizi sulla Carta di Smith scaricabili dal sito [ariparma.it](http://ariparma.it) → risorse → articoli tecnici.

[www.3dsmithchart.com](http://www.3dsmithchart.com)